

参考答案

第十一章 三角形

11.1 与三角形有关的线段

第1课时 三角形的边

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1)1个.

(2)2个,分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$.

(3)5个,分别是 $\triangle ABE$, $\triangle BCE$, $\triangle ABF$, $\triangle AEF$, $\triangle BDF$.

(4)8 $\angle AEB$ $\angle AEF$ $\triangle AEF$, $\triangle ABE$ $\triangle BEC$ 4

解:(1)图中共有8个三角形,它们分别是 $\triangle ABE$, $\triangle ABF$, $\triangle ABD$, $\triangle ABC$, $\triangle AEF$, $\triangle BDF$, $\triangle ACD$, $\triangle BCE$.

(2) $\angle AEB$ 是 $\triangle AEF$, $\triangle AEB$ 的角;
 $\angle BEC$ 是 $\triangle BEC$ 的角.

(3)边 AB 是 $\triangle ABE$, $\triangle ABF$, $\triangle ABD$, $\triangle ABC$ 的边.

[针对训练]1.B

[例2]思路探究:(1)腰 底边 两 三角形

(2)8 7 三边关系

解:(1)若腰长为4 cm,则底边长为 $16-4-4=8$ (cm),三边长分别为4 cm, 4 cm, 8 cm,不符合三角形三边关系,所以应该是底边长为4 cm,则腰长为 $(16-4)\div 2=6$ (cm),故三边长分别为4 cm, 6 cm, 6 cm,符合三角形三边关系,所以另外两边的长分别为6 cm, 6 cm.

(2)因为周长是16 cm,所以三角形的最长边小于8 cm.由于三边长都是整数,且三角形是等腰三角形,故可求出三角形各边长为7 cm, 7 cm, 2 cm或6 cm, 6 cm, 4 cm或5 cm, 5 cm, 6 cm.

[针对训练]2.B

【增效作业】

1.B 2.D 3.D 4. $a+b+c$ 5.37

6.解:因为 $(b-2)^2 \geq 0$, $|c-3| \geq 0$,且 $(b-2)^2 + |c-3| = 0$,所以由非负数的性质,得 $b-2=0$, $c-3=0$,即 $b=2$, $c=3$.
因为 a 为方程 $|a-4|=2$ 的解,
所以 $a-4=2$ 或 $a-4=-2$,
即 $a=6$ 或2.

经检验,当 $a=6$ 时,不满足三角形的三边关系,故舍去.

所以 $a=2$, $b=2$, $c=3$.

所以 $\triangle ABC$ 的周长为7, $\triangle ABC$ 为等腰三角形.

第2课时 三角形的高、 中线与角平分线

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1)在三角形中,一个角

的平分线与它的对边相交,这个角的顶点与交点之间的线段就是三角形的角平分线.

(2)用刻度尺量出 AC 的长度,取其长度的一半处便是边 AC 的中点.

(3)外部,因为在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 是钝角.

解:如答图11.1.2-1.

(1) BE 为 $\angle ABC$ 的平分线,可表示为

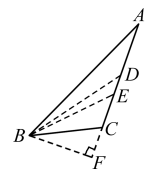
$\angle ABE = \angle CBE =$

$\frac{1}{2} \angle ABC$.

(2) BD 为边 AC 上的

中线,可表示为 $AD = CD = \frac{1}{2} AC$.

(3) BF 为边 AC 上的高,可表示为 $BF \perp AC$, $\angle F = 90^\circ$.



答图 11.1.2-1

[针对训练]1.D

[例2]思路探究: $S_{\triangle BEC}$ $S_{\triangle CDE}$ $S_{\triangle ABD}$

$S_{\triangle ACD}$ $S_{\triangle ACD}$ $S_{\triangle ABC}$

解:因为点 D 是边 BC 的中点,

所以 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 为两个等底同高的三角形.

所以 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}^2)$.

同理, $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm}^2)$,

$S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm}^2)$.

所以 $S_{\triangle BEC} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle CDE} = 2 + 2 = 4(\text{cm}^2)$.

又因为点 F 是边 CE 的中点,

所以 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm}^2)$,

即阴影部分的面积为 2 cm^2 .

[针对训练]2.B

【增效作业】

1.B 2.C 3. 15 cm^2 , 30 cm^2

4.解: EF 是 $\triangle BDE$ 的角平分线.

理由如下:因为 $DE \parallel AC$,

所以 $\angle 5 = \angle 4$.

又因为 $EF \parallel AD$,

所以 $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 5$,

所以 $\angle 4 = \angle 2$.

又因为 AD 是角平分线,

所以 $\angle 3 = \angle 4$,

所以 $\angle 1 = \angle 2$,

即 EF 是 $\triangle BDE$ 的角平分线.

5.解:示例:如答图11.1.2-2①②③④,均

为划分方案.

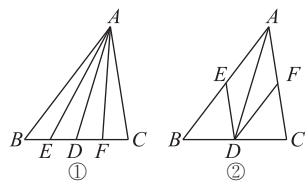
①中, D 为 BC 的中点, E, F 分别为 BD, CD 的中点;

②中, D, E, F 分别为 BC, AB, AC 的中点;

③中, D 为 BC 的中点, E 为 AD 的中点;

④中, D 为 BC 的中点, E, F 分别为 AD, AC 的中点.

(答案不唯一,只要回答三种合理的方案即可)



①

②

③

④

答图 11.1.2-2

第3课时 三角形的稳定性

【高效课堂】

[例]思路探究:(1)三角形

(2)2条,即 $(5-3)$ 条.

(3)3条,即 $(6-3)$ 条.

(4) $(n-3)$ 条.

解:要使五边形木架不变形,至少要钉2根木条.

要使六边形木架不变形,至少要钉3根木条.

要使 n 边形木架不变形,至少要钉 $(n-3)$ 根木条.

[针对训练]B

【增效作业】

1.B 2.A 3.不能 4.三角形的稳定性

5. 90° 48 cm^2

11.2 与三角形有关的角

第1课时 三角形的内角

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1) $\angle B, \angle C$ 都与 $\angle A$ 有联系.

能,若设 $\angle A = x^\circ$,

则 $\angle B = 2x^\circ$, $\angle C = x^\circ + 20^\circ$.

(2)能, $x + 2x + x + 20 = 180$.

(3) $x = 40$.

答案:A

[针对训练]1.D

[例 2]思路探究: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 64 直角

54 10

答案:A

[针对训练]2.52°

【增效作业】

1.A 2.A 3.58° 50° 98°

4.解:设 $\angle B = x^\circ$, 则 $\angle C = 5x^\circ$.

因为 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

所以 $60 + x + 5x = 180$, 解得 $x = 20$,

即 $\angle B = 20^\circ$.

5.解:(1)130° (2)122° (3)128°

(4) $90^\circ + \frac{1}{2}m^\circ$

(5)60° (6) $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

理由:因为 BO, CO 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$,

所以 $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle OCB =$

$\frac{1}{2}\angle ACB$.

所以 $\angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB)$

$= 180^\circ - \left(\frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle ACB\right)$

$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$

$= 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

$= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

6.解:因为 MN 方向是南偏东 30° , MA 方

向是南偏东 60° ,

所以 $\angle AMB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$.

因为 BA 方向为南偏东 75° ,

所以 $\angle ABN = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$.

所以 $\angle MBA = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

在 $\triangle MAB$ 中, $\angle MAB = 180^\circ - 30^\circ - 135^\circ = 15^\circ$.

第2课时 三角形的外角

【高效课堂】

[例 1]思路探究: $\angle ECA$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\angle B$ $\angle ACB$ $\angle B$ $\angle BAC$ 180

227

答案:66.5°

[针对训练]1.35°

[例 2]思路探究:(1) $\angle BDE$ 是 $\triangle ABD$ 的外角, $\angle CDE$ 是 $\triangle ACD$ 的外角.

(2) $\angle BDC = \angle BDE + \angle CDE = \angle EAB + \angle B + \angle EAC + \angle C = \angle BAC + \angle B + \angle C = 90^\circ + 21^\circ + 20^\circ = 131^\circ$.

与测量的结果 130° 不一致,所以该零件不合格.

解:连接 AD 并延长至点 E (图略).

因为 $\angle BDE, \angle CDE$ 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的外角,

所以 $\angle BDE = \angle EAB + \angle B$,

$\angle CDE = \angle EAC + \angle C$.

所以 $\angle BDC = \angle BDE + \angle CDE = \angle EAB + \angle B + \angle EAC + \angle C = \angle BAC + \angle B + \angle C = 90^\circ + 21^\circ + 20^\circ = 131^\circ$.

因为测量的 $\angle BDC = 130^\circ$, 所以该零件不合格.

[针对训练]2.D

【增效作业】

1.A 2.B 3.70° 4.75°

5.证明:因为 $\angle BFC$ 是 $\triangle ABF$ 的一个外角,

所以 $\angle BFC = \angle A + \angle B$.

因为 $\angle FOC$ 是 $\triangle DOE$ 的一个外角,

所以 $\angle FOC = \angle D + \angle DEO$.

所以 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle DEO = \angle BFC + \angle C + \angle FOC = 180^\circ$.

6.证明:延长 AD 交 BC

于点 E ,

如答图 11.2.2-1.

因为 $\angle AEC$ 是 $\triangle ABE$

的一个外角,

所以 $\angle AEC = \angle A + \angle B$.

因为 $\angle ADC$ 是 $\triangle DCE$ 的一个外角,

所以 $\angle ADC = \angle AEC + \angle C$.

所以 $\angle ADC = \angle A + \angle B + \angle C$.

7.解:(1)20° (2)45° (3)60°

猜测结论: $\angle D = \frac{1}{2}\angle A$.

证明:因为 BD, CD 分别是 $\angle ABC$,

$\angle ACE$ 的平分线,

所以 $\angle ACE = 2\angle 2$, $\angle ABC = 2\angle 1$.

因为 $\angle A + \angle ABC = \angle ACE$,

所以 $\angle A = \angle ACE - \angle ABC$, 即 $\angle A = 2\angle 2 - 2\angle 1$.

又因为 $\angle D + \angle 1 = \angle 2$,

所以 $\angle D = \angle 2 - \angle 1$,

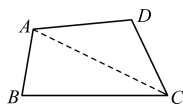
所以 $\angle A = 2\angle D$, 即 $\angle D = \frac{1}{2}\angle A$.

11.3 多边形及其内角和

第1课时 多边形

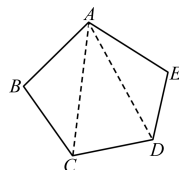
【高效课堂】

[例 1]思路探究:(1)如答图 11.3.1-1, 可以画出 1 条对角线, 它将四边形分成 2 个三角形.



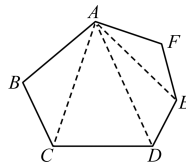
答图 11.3.1-1

(2)如答图 11.3.1-2, 可以画出 2 条对角线, 它们将五边形分成 3 个三角形.



答图 11.3.1-2

(3)如答图 11.3.1-3, 可以画出 3 条对角线, 它们将六边形分成 4 个三角形.



答图 11.3.1-3

(4)从 n 边形的一个顶点出发, 可以画出的对角线的条数为 $(n-3)$, 将 n 边形分成的三角形的个数为 $(n-2)$.

解:从七边形的某个顶点出发, 可以画出 4 条对角线, 它们将七边形分成 5 个三角形. 从 n 边形的某个顶点出发, 可以画出 $(n-3)$ 条对角线, 它们将 n 边形分成 $(n-2)$ 个三角形.

[针对训练]1.A

[例 2]思路探究:(1)长方形.

(2) 如答图

11.3.1-4, 虽然四边

形 $ABCD$ 的四条

边相等, 但四个角

不相等, 所以它不

是正四边形.

答案:D

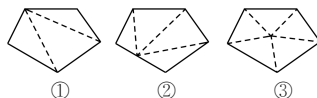
[针对训练]2.C

【增效作业】

1.B 2.B 3.A 4.-7

5.解:①是多边形, 是四边形; ②是多边形, 是五边形; ③不是多边形.

6.解:



答图 11.3.1-5

方法 1: 如答图 11.3.1-5①, 过顶点引两条对角线, 可以把五边形分成 3 个三角形.

方法 2: 如答图 11.3.1-5②, 连接五边形边上一点(顶点除外)和各顶点, 可以把五边形分成 4 个三角形.

方法 3: 如答图 11.3.1-5③, 连接五边形内一点和各顶点, 可以把五边形分成 5 个三角形.

7.D

8.解:由题意, 得 $n-3=4$, 解得 $n=7$.

设各边长分别为 $x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3$,

则 $x-3+x-2+x-1+x+x+1+x+2+x+3=56$,
即 $7x=56$, 解得 $x=8$.
故这个多边形的各边长分别为 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

第2课时 多边形的内角和

【高效课堂】

[例1]思路探究:边数 $(n-2) \times 180^\circ$
 $150^\circ \times n$

解:设这个多边形的边数为 n .

根据多边形内角和公式,

得 $(n-2) \times 180^\circ = 150^\circ \times n$.

解得 $n=12$.

内角和为 $(12-2) \times 180^\circ = 1800^\circ$.

[针对训练]1.C

[例2]思路探究: $(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ$

$$(n-2) \times 180^\circ = \frac{3}{2} \times 360^\circ \quad 5$$

答案:5

[针对训练]2.6

【增效作业】

1.B 2.B

3.解:设多边形的边数是 n . 根据题意,

得 $360^\circ : [(n-2) \times 180^\circ] = 2 : 9$,

解得 $n=11$.

故内角和是 $(11-2) \times 180^\circ = 1620^\circ$.

答:这个多边形的边数是 11, 内角和是 1620° .

4.解:在 $\triangle ABC$ 中,

因为 $\angle A = 64^\circ$, $\angle B = 76^\circ$,

所以 $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 40^\circ$.

在 $\triangle CMN$ 中,

$\angle CMN + \angle CNM = 180^\circ - \angle C = 140^\circ$.

在四边形 $ABMN$ 中,

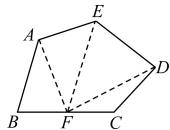
$\angle ANM + \angle BMN = 360^\circ - (\angle A + \angle B) = 220^\circ$.

所以 $\angle 1 + \angle 2 = (\angle ANM + \angle BMN) - (\angle CMN + \angle CNM) = 220^\circ - 140^\circ = 80^\circ$.

所以 $\angle 2 = 80^\circ - \angle 1 = 80^\circ - 17^\circ = 63^\circ$.

5.6

6.解:如答图 11.3.2-1, 在边 BC 上任取一点 F (顶点除外), 连接 AF , EF , DF , 得到 $\triangle ABF$, $\triangle AFE$, $\triangle EFD$, $\triangle DFC$.



答图 11.3.2-1

因为三角形的内角和为 180° , $\angle BFC = 180^\circ$, 所以五边形 $ABCDE$ 的内角和为 $180^\circ \times 4 - 180^\circ = 540^\circ$.

本章整合提升

【专题归纳】

1.B 2.A 3.(1)B (2)C

第十二章 全等三角形

12.1 全等三角形

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1) BC 与 EC .

(2) AC 与 DC .

(3) $\angle ABC$ 与 $\angle DEC$, $\angle ACB$ 与 $\angle DCE$.

解:其他的对应边: BC 和 EC , AC 与 DC .

其他的对应角: $\angle ABC$ 与 $\angle DEC$, $\angle ACB$ 与 $\angle DCE$.

[针对训练]1.解:对应顶点:点 A 与点 A , 点 B 与点 D , 点 C 与点 E .

对应边:边 AB 与边 AD , 边 BC 与边 DE , 边 AC 与边 AE .

对应角: $\angle BAC$ 与 $\angle DAE$, $\angle B$ 与 $\angle D$, $\angle C$ 与 $\angle E$.

[例2]思路探究:(1) EC CD BE 6

(2) $\angle BAD$ $\angle CAD$ $\angle BAD$ 30° 45°

解:(1) 因为 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$,

所以 $CD = BE = 6$. 所以 $EC = CD - DE = 6 - 2 = 4$.

所以 $BC = BE + EC = 6 + 4 = 10$.

(2) 因为 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$,

所以 $\angle BAE = \angle CAD = \angle BAC - \angle BAD = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$.

所以 $\angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$.

[针对训练]2.解:因为 $\triangle ACF \cong \triangle DBE$,

所以 $AC = DB$.

所以 $AC - BC = DB - BC$,

即 $AB = DC$.

又因为 $AD = 9$ cm, $BC = 5$ cm,

所以 $AB = DC = \frac{1}{2}(AD - BC) =$

$$\frac{1}{2} \times (9 - 5) = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm}).$$

【增效作业】

1.B 2.B 3.95°

4.解:因为 $\triangle ABD \cong \triangle EBC$,

所以 $EB = AB = 2$ cm,

$BD = BC = 5$ cm.

所以 $DE = BD - BE = 5 - 2 = 3(\text{cm})$.

5.D

6.解:(1) $AD \parallel BC$.

理由如下:

因为 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$,

所以 $\angle ADF = \angle CBE$.

又因为点 E, B, D, F 在同一条直线上,

所以 $\angle ADB = \angle CBD$ (等角的补角相等).

所以 $AD \parallel BC$ (内错角相等, 两直线平行).

(2) 相等. 理由如下:

因为 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$,

所以 $FD = EB$.

所以 $FD + DB = EB + BD$,

即 $BF = DE$.

12.2 三角形全等的判定

第1课时 三角形全等的判定(一)(SSS)

判定(一)(SSS)

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1) $\angle BAD$ 和 $\angle CAD$.

(2) 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

(3) 已知条件: $AB = AC$, AD 是公共边, 且是边 BC 上的中线. 缺少条件:

$BD = CD$.

(4) 由 AD 是边 BC 上的中线, 得 $BD = CD$.

证明: 因为 AD 是边 BC 上的中线, 所以 $BD = CD$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ BD = CD, \\ AD = AD(\text{公共边}), \end{cases}$$

所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD(\text{SSS})$.
所以 $\angle BAD = \angle CAD$.

所以 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.

[针对训练]1.证明: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC, \\ AC = DB, \\ BC = CB, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB(\text{SSS})$.
所以 $\angle A = \angle D$.

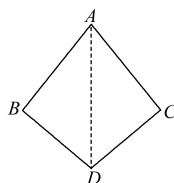
[例2]思路探究: 全等 $\triangle ABD$ $\triangle ACD$

证明: 如答图 12.2.1-1, 连接 AD .

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ BD = CD, \\ AD = AD(\text{公共边}), \end{cases}$$

所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD(\text{SSS})$.
所以 $\angle B = \angle C$.



答图 12.2.1-1

[针对训练]2. AD 垂直平分 BC

【增效作业】

1.B 2.C 3.①和③, ②和④

4.证明: 在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ BD = CD, \\ AD = AD(\text{公共边}), \end{cases}$$

所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD(\text{SSS})$.
所以 $\angle BDA = \angle CDA$.

5.证明: 因为 $AD = BC$, $CD = AB$, $AC = CA$, 所以 $\triangle ADC \cong \triangle CBA(\text{SSS})$.

所以 $\angle DAC = \angle BCA$, 所以 $AD \parallel BC$.

6. 证明: 连接 OE , 如图答图 12.2.1-2.

在 $\triangle OAE$ 和 $\triangle OCE$ 中,
 $\begin{cases} OA=OC, \\ EA=EC, \\ OE=OE(\text{公共边}). \end{cases}$ 答图 12.2.1-2
 所以 $\triangle OAE \cong \triangle OCE$ (SSS).
 所以 $\angle A = \angle C$.

第2课时 三角形全等的判定(二)(SAS)

【高效课堂】

[例1] 思路探究: (1) 分别在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ACB$ 中.

(2) 已知条件: $CE = CB$, $CD = CA$, $\angle DCA = \angle ECB$.

缺少条件: $\angle DCE = \angle ACB$.

(3) 由 $\angle DCA = \angle ECB$, 得 $\angle DCA + \angle ACE = \angle ECB + \angle ACE$.

故 $\angle DCE = \angle ACB$.

证明: 因为 $\angle DCA = \angle ECB$,

所以 $\angle DCA + \angle ACE = \angle ECB + \angle ACE$,

即 $\angle DCE = \angle ACB$.

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ACB$ 中,

$\begin{cases} CE=CB, \\ \angle DCE=\angle ACB, \\ CD=CA, \end{cases}$

所以 $\triangle DCE \cong \triangle ACB$.

所以 $DE = AB$.

[针对训练]1. 证明: 因为 $AF = DC$,

所以 $AF + FC = DC + FC$, 即 $AC = DF$.

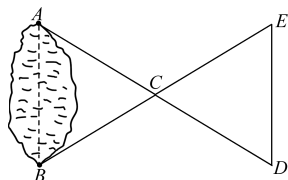
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $\begin{cases} AB=DE, \\ \angle A=\angle D, \\ AC=DF, \end{cases}$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS).

所以 $\angle ACB = \angle DFE$, 所以 $BC \parallel EF$.

[例2] 思路探究: $AC \parallel CD$ $BC \parallel CE$ SAS $\triangle DCE \cong \triangle DE$

解: (1) 如图答图 12.2.2-1.



答图 12.2.2-1

(2) 在平地上取一个可以直接到达点 A , B 的点 C , 在射线 AC 上取一点 D , 使 $CD = CA$, 在射线 BC 上取一点 E , 使 $CE = CB$. 这时测出 DE 的长为 a m, 则 AB 的长就是 a m.

(3) 由测量方案可得 $CA = CD$, $CB = CE$, $\angle ACB = \angle DCE$.

所以 $\triangle ACB \cong \triangle DCE$ (SAS).

所以 $AB = DE = a$ m.

[针对训练]2. 解: $AA' = BB'$.

理由如下: 因为 O 是 AB' , $A'B$ 的中点, 所以 $OA = OB'$, $OA' = OB$.

又因为 $\angle A'OA = \angle BOB'$,

所以在 $\triangle A'OA$ 和 $\triangle BOB'$ 中,

$\begin{cases} OA=OB', \\ \angle A'OA=\angle BOB', \\ OA'=OB, \end{cases}$

所以 $\triangle A'OA \cong \triangle BOB'$,

所以 $AA' = BB'$.

【增效作业】

1. C 2. C 3. D

4. 解: 因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 所以 $\angle DAE = \angle DAF$. 又因为 AD 是公共边, 所以此时可添加条件 $AE = AF$, 使 $\triangle AED \cong \triangle AFD$. 理由如下:

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle AFD$ 中,

$\begin{cases} AE=AF, \\ \angle DAE=\angle DAF, \\ AD=AD, \end{cases}$

所以 $\triangle AED \cong \triangle AFD$ (SAS).

5. B

6. 解: $AF \perp BE$. 理由如下:

由题意, 知 $\triangle ECD$ 和 $\triangle BCA$ 都是等腰直角三角形, 且 $EC = DC$, $BC = AC$, $\angle ECD = \angle ACB = 90^\circ$.

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle ADC$ 中,

因为 $EC = DC$, $\angle ECB = \angle DCA = 90^\circ$,

$BC = AC$,

所以 $\triangle BEC \cong \triangle ADC$ (SAS).

所以 $\angle EBC = \angle DAC$.

因为 $\angle DAC + \angle CDA = 90^\circ$,

$\angle FDB = \angle CDA$,

所以 $\angle EBC + \angle FDB = 90^\circ$.

所以 $\angle BFD = 90^\circ$, 即 $AF \perp BE$.

第3课时 三角形全等的判定(三)(ASA, AAS)

【高效课堂】

[例1] 思路探究: (1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中.

(2) 已知 $\angle ACB = \angle F$, $AB \parallel DE$, $BE = CF$. 还缺少 $\angle B = \angle DEF$, $BC = EF$.

(3) 由 $BE = CF$, 可得 $BE + EC = CF + EC$, 即 $BC = EF$; 由 $AB \parallel DE$, 根据“两直线平行, 同位角相等”可得 $\angle B = \angle DEF$.

证明: 因为 $BE = CF$,

所以 $BE + EC = CF + EC$, 即 $BC = EF$.

因为 $AB \parallel DE$, 所以 $\angle B = \angle DEF$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$\begin{cases} \angle B=\angle DEF, \\ BC=EF, \\ \angle ACB=\angle F, \end{cases}$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA).

所以 $AC = DF$.

[针对训练]1. 证明: 因为 $AC \parallel DF$, 所以 $\angle ACB = \angle DFE$. 又因为 $\angle A = \angle D$, $AC = DF$, 所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA).

[例2] 思路探究: $\angle C \parallel D$ AAS $\triangle DOC$

证明: 因为 $AB \parallel CD$,

所以 $\angle B = \angle C$, $\angle A = \angle D$.

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中,

$\angle B = \angle C$,

$\angle A = \angle D$,

$OA = OD$,

所以 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ (AAS).

所以 $AB = CD$.

[针对训练]2. 证明: 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 1 + \angle EAC = \angle 2 + \angle EAC$, 即 $\angle BAC = \angle EAD$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中,

$\angle C = \angle D$,

$\angle BAC = \angle EAD$,

$AB = AE$,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ (AAS).

【增效作业】

1. C 2. D 3. $\angle F = \angle ACB$ $\angle D = \angle A$

4. 证明: 因为 $\angle ADF = \angle B + \angle BFD$, $\angle AEF = \angle C + \angle CFE$, 且 $\angle B = \angle C$, $\angle BFD = \angle CFE$,

所以 $\angle ADF = \angle AEF$.

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle AEF$ 中,

$\angle ADF = \angle AEF$,

$\angle 2 = \angle 1$,

$AF = AF$,

所以 $\triangle ADF \cong \triangle AEF$ (AAS).

所以 $DF = EF$.

5. 示例: $\angle BDE = \angle BAC$ (答案不唯一)

6. 解: 已知: 如图题, $DG = DB$, $DF = DE$, 点 A, H 分别为 EB, FG 延长线上的点, 且点 A, D, H 在一条直线上.

求证: $AB = HG$.

证明: 在 $\triangle DEB$ 和 $\triangle DFG$ 中,

$DB = DG$,

$\angle BDE = \angle GDF$,

$DE = DF$,

所以 $\triangle DEB \cong \triangle DFG$ (SAS).

所以 $\angle E = \angle F$, 所以 $AE \parallel FH$.

所以 $\angle DBA = \angle DGH$.

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle HDG$ 中,

$\angle DBA = \angle DGH$,

$DB = DG$,

$\angle ADB = \angle HDG$,

所以 $\triangle ADB \cong \triangle HDG$ (ASA).

所以 $AB = HG$.

第4课时 三角形全等的判定(四)(HL)

【高效课堂】

[例1] 思路探究: (1) 分别在 $Rt\triangle ABC$ 和

Rt $\triangle DEF$ 中.

(2) $BC=EF, AC=DF$.

(3) 能, HL.

(4) 能, 由 Rt $\triangle ABC \cong$ Rt $\triangle DEF$, 可得

$\angle ABC = \angle DEF$.

又因为 $\angle DEF + \angle DFE = 90^\circ$,

所以 $\angle ABC + \angle DFE = 90^\circ$.

解: $\angle ABC + \angle DFE = 90^\circ$.

在 Rt $\triangle ABC$ 和 Rt $\triangle DEF$ 中,

$\begin{cases} BC=EF, \\ AC=DF, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle ABC \cong$ Rt $\triangle DEF$ (HL),

所以 $\angle ABC = \angle DEF$.

又因为 $\angle DEF + \angle DFE = 90^\circ$,

所以 $\angle ABC + \angle DFE = 90^\circ$.

[针对训练] 1. 解: 相等. 理由如下:

由题意, 知 $AB = AC, \angle ADB =$

$\angle ADC = 90^\circ$.

在 Rt $\triangle ABD$ 和 Rt $\triangle ACD$ 中,

$\begin{cases} AB=AC, \\ AD=AD, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle ABD \cong$ Rt $\triangle ACD$ (HL).

所以 $BD = CD$.

即两根木桩离旗杆底部的距离相等.

[例 2] 思路探究: (1) 在 $\triangle EBD$ 和 $\triangle CFD$ 中,

(2) 已知 $DE = DC, \angle B = \angle DFC =$

90° , 还缺少 $BD = DF$.

(3) 需证明 $\triangle ABD \cong \triangle AFD$. 在 $\triangle ABD$

和 $\triangle AFD$ 中, 由 AD 为 $\angle BAC$ 的平分

线, 可得 $\angle BAD = \angle CAD$. 又因为

$\angle B = \angle AFD = 90^\circ, AD$ 为公共边, 所以

利用“AAS”可得 $\triangle ABD \cong \triangle AFD$.

解: $BE = CF$. 理由如下:

因为 AD 为 $\angle BAC$ 的平分线,

所以 $\angle BAD = \angle CAD$.

因为 $DF \perp AC$, 所以 $\angle AFD = 90^\circ$.

又因为 $\angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle B = \angle AFD$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle AFD$ 中,

$\begin{cases} \angle BAD = \angle CAD, \\ \angle B = \angle AFD, \end{cases}$

$\begin{cases} AD=AD, \end{cases}$

所以 $\triangle ABD \cong \triangle AFD$ (AAS).

所以 $BD = FD$.

在 Rt $\triangle EBD$ 和 Rt $\triangle CFD$ 中,

$\begin{cases} DE=DC, \\ BD=FD, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle EBD \cong$ Rt $\triangle CFD$ (HL).

所以 $BE = CF$.

[针对训练] 2. 解: $CE = DF$. 理由如下:

在 Rt $\triangle ABC$ 和 Rt $\triangle BAD$ 中,

$\begin{cases} AB=BA, \\ BC=AD, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle ABC \cong$ Rt $\triangle BAD$ (HL).

所以 $AC = BD, \angle CAB = \angle DBA$.

在 Rt $\triangle ACE$ 和 Rt $\triangle BDF$ 中,

$\begin{cases} \angle CAB = \angle DBA, \\ \angle AEC = \angle BFD = 90^\circ, \end{cases}$

$\begin{cases} AC=BD, \end{cases}$

所以 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$ (AAS).

所以 $CE = DF$.

[增效作业]

1. D 2. CD $\angle CED$ 3. 8

4. 证明: 因为 $AD \perp BC$,

所以 $\angle BDA = \angle ADC = 90^\circ$.

在 Rt $\triangle ACD$ 和 Rt $\triangle BFD$ 中,

$\begin{cases} AC=BF, \\ CD=FD, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle ACD \cong$ Rt $\triangle BFD$ (HL).

所以 $\angle C = \angle BFD$.

因为 $\angle FBD + \angle BFD = 90^\circ$,

所以 $\angle FBD + \angle C = 90^\circ$.

所以 $\angle BEC = 90^\circ$, 即 $BE \perp AC$.

5. 证明: (1) 因为 $DE \perp AC, DF \perp AB$,

所以 $\angle CED = \angle BFD = 90^\circ$.

又因为 D 是 BC 的中点,

所以 $BD = CD$.

在 Rt $\triangle BFD$ 和 Rt $\triangle CED$ 中,

$\begin{cases} BD=CD, \\ BF=CE, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle BFD \cong$ Rt $\triangle CED$ (HL).

所以 $\angle B = \angle C$.

(2) 因为 $\triangle BFD \cong \triangle CED$,

所以 $DF = DE$.

在 Rt $\triangle AFD$ 和 Rt $\triangle AED$ 中,

$\begin{cases} AD=AD, \\ DF=DE, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle AFD \cong$ Rt $\triangle AED$ (HL).

所以 $\angle FAD = \angle EAD$,

所以 AD 平分 $\angle BAC$.

6. (1) 证明: 因为 $DE \perp AC, BF \perp AC$,

所以 $\angle AFB = \angle CED = 90^\circ$.

在 Rt $\triangle ABF$ 和 Rt $\triangle CDE$ 中,

$\begin{cases} AB=CD, \\ AF=CE, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle ABF \cong$ Rt $\triangle CDE$ (HL).

所以 $BF = DE$.

在 Rt $\triangle BFM$ 和 Rt $\triangle DEM$ 中,

$\begin{cases} \angle AFB = \angle DEC = 90^\circ, \\ \angle BMF = \angle DME, \end{cases}$

$\begin{cases} BF=DE, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle BFM \cong$ Rt $\triangle DEM$ (AAS).

所以 $MB = MD, ME = MF$.

(2) 解: 结论仍然成立. 理由如下:

在 Rt $\triangle ABF$ 和 Rt $\triangle CDE$ 中,

$\begin{cases} AB=CD, \\ AF=CE, \end{cases}$

所以 Rt $\triangle ABF \cong$ Rt $\triangle CDE$ (HL).

所以 $BF = DE$.

在 $\triangle BFM$ 和 $\triangle DEM$ 中,

$\begin{cases} \angle BFM = \angle DEM = 90^\circ, \\ \angle BMF = \angle DME, \end{cases}$

$\begin{cases} BF=DE, \end{cases}$

所以 $\triangle BFM \cong \triangle DEM$ (AAS).

所以 $MB = MD, ME = MF$.

12.3 角的平分线的性质

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) 在 $\triangle BDG$ 和 $\triangle CEG$

中或在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle ACG$ 中.

(2) 证明 $\triangle BDG \cong \triangle CEG$ 比较合适.

(3) 已知条件: $\angle BDG = \angle CEG = 90^\circ$,

$\angle BGD = \angle CGE$. 缺少的条件: $GD = GE$.

(4) 由 AG 平分 $\angle BAC, BE \perp AC, CD \perp$

AB , 得 $GD = GE$.

解: $BG = GC$. 理由如下:

因为 AG 平分 $\angle BAC, BE \perp AC, CD \perp$

AB , 所以 $GD = GE$.

在 $\triangle BDG$ 和 $\triangle CEG$ 中,

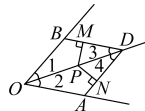
因为 $\angle BDG = \angle CEG = 90^\circ, \angle BGD =$

$\angle CGE, GD = GE$,

所以 $\triangle BDG \cong \triangle CEG$ (ASA),

所以 $BG = GC$.

[针对训练] 1. 证明: 如答图 12.3-1.



答图 12.3-1

因为 OD 平分 $\angle AOB$,

所以 $\angle 1 = \angle 2$.

在 $\triangle OBD$ 和 $\triangle OAD$ 中, $\begin{cases} OB=OA, \\ \angle 1=\angle 2, \\ OD=OD, \end{cases}$

所以 $\triangle OBD \cong \triangle OAD$ (SAS).

所以 $\angle 3 = \angle 4$.

所以 DO 是 $\angle ADB$ 的平分线.

因为 $PM \perp BD, PN \perp AD$,

所以 $PM = PN$.

[例 2] 思路探究: $DF \triangle CDF$ DF

证明: 因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线,

所以 $BD = CD$.

又因为 $DE \perp AB, DF \perp AC$,

所以 $\angle BED = \angle CFD = 90^\circ$.

在 Rt $\triangle BED$ 和 Rt $\triangle CFD$ 中,

$\begin{cases} BD=CD, \\ BE=CF, \end{cases}$

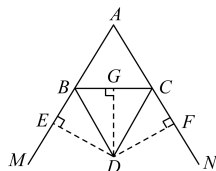
所以 Rt $\triangle BED \cong$ Rt $\triangle CFD$ (HL).

所以 $DE = DF$.

所以点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上,

即 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线.

[针对训练] 2. 证明: 如答图 12.3-2,



答图 12.3-2

过点 D 分别作 $DE \perp AM$ 于点 E ,
 $DG \perp BC$ 于点 G , $DF \perp AN$ 于点 F ,
 则 $DE = DG$, $DG = DF$,
 所以 $DE = DF$.
 又因为 $DE \perp AM$, $DF \perp AN$,
 所以点 D 在 $\angle A$ 的平分线上.

【增效作业】

1. B 2. 35°

3. 证明: (1) 如答图 12.3-3, 连接 AP 并延长.

因为 $PE \perp AB$, $PF \perp AC$,
 所以 $\angle AEP = \angle AFP = 90^\circ$.

在 $\text{Rt} \triangle AEP$ 和 $\text{Rt} \triangle AFP$

中, $\begin{cases} AP = AP, \\ AE = AF, \end{cases}$

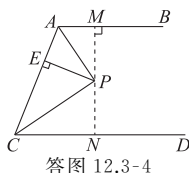
所以 $\text{Rt} \triangle AEP \cong \text{Rt} \triangle AFP$ (HL),

所以 $PE = PF$.

(2) 因为 $PE \perp AB$, $PF \perp AC$, $PE = PF$,
 所以点 P 在 $\angle BAC$ 的平分线上.

4. D

5. 解: 如答图 12.3-4, 过点 P 作 $PM \perp AB$,
 并反向延长交 CD 于点 N ,



答图 12.3-4

因为 $AB \parallel CD$, 所以 $PN \perp CD$.

在 $\triangle AEP$ 和 $\triangle AMP$ 中,

因为 $\angle PAC = \angle PAB$,

$\angle AEP = \angle AMP$, $AP = AP$,

所以 $\triangle AEP \cong \triangle AMP$ (AAS),

所以 $PM = PE = 3$ cm.

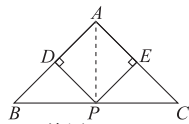
同理可证 $\triangle CPE \cong \triangle CPN$,

则 $PN = PE = 3$ cm.

所以 $MN = PM + PN = 3 + 3 = 6$ (cm),

所以 AB 与 CD 之间的距离是 6 cm.

6. 证明: 如答图 12.3-5, 连接 AP .



答图 12.3-5

(1) 因为点 P 是 BC 边的中点,
 所以 $BP = PC$.

因为 $PD \perp AB$, $PE \perp AC$,

所以 $\angle BDP = \angle CEP = 90^\circ$.

在 $\text{Rt} \triangle BDP$ 和 $\text{Rt} \triangle CEP$ 中,

$\begin{cases} BP = CP, \\ PD = PE, \end{cases}$

所以 $\text{Rt} \triangle BDP \cong \text{Rt} \triangle CEP$ (HL).

所以 $\angle B = \angle C$.

又因为 $PD \perp AB$, $PE \perp AC$, $PD = PE$,

所以 AP 平分 $\angle BAC$.

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle ACP$ 中,

$\begin{cases} \angle B = \angle C, \\ \angle BAP = \angle CAP, \\ AP = AP, \end{cases}$

所以 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ (AAS).

所以 $AB = AC$.

(2) 因为点 P 是 BC 边的中点,

所以 $BP = PC$.

因为 $AB = AC$, $AP = AP$,

所以 $\triangle APB \cong \triangle APC$ (SSS),

所以 $\angle BAP = \angle CAP$,

即 AP 平分 $\angle BAC$.

因为 $PD \perp AB$, $PE \perp AC$,

所以 $PD = PE$.

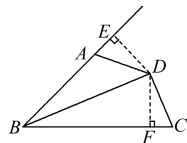
本章整合提升

【专题归纳】

1. $BE = BD$ (答案不唯一)

2. 6

3. 解: 如答图 12-1, 过点 D 作 $DE \perp AB$,
 交 BA 的延长线于点 E , 过点 D 作
 $DF \perp BC$ 于点 F .



答图 12-1

因为 BD 平分 $\angle ABC$, 所以 $DE = DF$.

在 $\text{Rt} \triangle AED$ 和 $\text{Rt} \triangle CFD$ 中,

$\begin{cases} AD = CD, \\ DE = DF, \end{cases}$

所以 $\text{Rt} \triangle AED \cong \text{Rt} \triangle CFD$ (HL).

所以 $\angle C = \angle EAD$.

因为 $\angle EAD + \angle BAD = 180^\circ$,

所以 $\angle BAD + \angle C = 180^\circ$.

第十三章 轴对称

13.1 轴对称

第 1 课时 轴对称

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) 在图形中能否找到
 一条直线, 把图形沿这条直线对折后,
 直线两旁的部分能够互相重合.

(2) ①②⑥⑦⑧⑩

(3) ②⑥ ①⑦ 3 4

解: 是轴对称图形的有 ①②⑥⑦⑧⑩,
 有一条对称轴的图形是 ②⑥, 有两条对
 称轴的图形是 ①⑦, 图 ⑧ 的对称轴有 4
 条, 图 ⑩ 的对称轴有 3 条.

[针对训练] 1. D

[例 2] 思路探究: (1) 点 A 和点 A' 关于直
 线 l 对称.

(2) 直线 l 垂直平分线段 AA' .

(3) 全等. 因为成轴对称的两个图形能
 够互相重合, 所以它们全等.

(4) 相等的角: $\angle A = \angle A'$, $\angle B =$

$\angle B'$, $\angle C = \angle C'$;

相等的线段: $AB = A'B'$, $AC = A'C'$,
 $BC = B'C'$.

(5) $\triangle ABC$ 的周长为 $AB + AC + BC =$
 $6\sqrt{3} + 12 + 6 = (18 + 6\sqrt{3})$ cm,

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 =$
 $18\sqrt{3}$ (cm²).

解: (1) 直线 l 垂直平分线段 AA' .

(2) 因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l
 对称,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$,

所以 $\angle C = \angle C' = 60^\circ$.

在 $\triangle ABC$ 中,

$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$

$= 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ)$

$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

(3) 由 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, 得

$AB = A'B' = 6\sqrt{3}$ cm, $BC = B'C' =$
 6 cm,

所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $AB + AC +$
 $BC = 6\sqrt{3} + 12 + 6 = (18 + 6\sqrt{3})$ cm.

因为 $\angle B = 90^\circ$,

所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 =$
 $18\sqrt{3}$ (cm²).

[针对训练] 2. C

【增效作业】

1. B 2. D 3. 4

4. 解: 因为正方形 $ABCD$ 是以对角线 AC
 所在的直线为对称轴的轴对称图形, 所

以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\text{正方形} ABCD} = \frac{1}{2} \times$
 $4^2 = 8$ (cm²).

5. C

6. 解: (1) 点 A, B, C 的对称点分别是点
 A', B', C' .

(2) 直线 m 是线段 AA' 的垂直平分线.

(3) 它们的交点在直线 m 上, 其他对应
 线段 (或其延长线) 的交点也在直线
 m 上.

规律: 两个图形关于某条直线对称, 如
 果它们的对应线段 (或其延长线) 相交,
 那么交点在对称轴上.

第 2 课时 线段的垂直平分线的性质

【高效课堂】

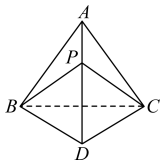
[例 1] 思路探究: (1) $\angle ABP$ 和 $\angle ACP$ 分
 别在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle ACP$ 中.

(2) 已知 $AB = AC$, $AP = AP$, 还缺少
 $BP = CP$ (或 $\angle BAP = \angle CAP$).

(3) 能. 根据“与一条线段两个端点距离相
 等的点, 在这条线段的垂直平分线上”可
 以得出 AD 是线段 BC 的垂直平分线.

(4) 能. 根据“线段垂直平分线上的点与
 这条线段两个端点的距离相等”可以得
 出 $BP = CP$.

证明:如答图 13.1.2-1.



答图 13.1.2-1

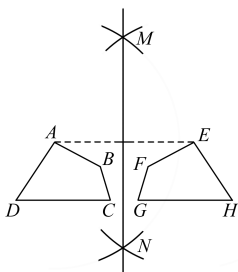
连接 BC . 因为 $AB=AC$, $DB=DC$, 所以点 A 、点 D 分别在线段 BC 的垂直平分线上, 即 AD 是线段 BC 的垂直平分线. 又因为点 P 是 AD 上的一个点, 所以 $BP=CP$. 又因为 $AB=AC$, $AP=AP$, 所以 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ (SSS). 所以 $\angle ABP = \angle ACP$.

[针对训练]1.B

[例 2] 思路探究: (1) 点 A 和点 E 是一对对应点. (答案不唯一)

(2) 是. 原因是任何一对对应点所连线段的垂直平分线就是成轴对称的两个图形的对称轴.

解: 如答图 13.1.2-2.



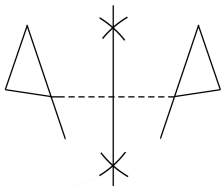
答图 13.1.2-2

(1) 连接 AE .

(2) 分别以点 A 和点 E 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AE$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 M , 点 N .

(3) 作直线 MN , MN 就是所求作的对称轴.

[针对训练]2. 解: 如答图 13.1.2-3 所示. 画出一对对应点所连线段的垂直平分线, 该垂直平分线即是两个图形的对称轴.



答图 13.1.2-3

[增效作业]

1.C 2.AC

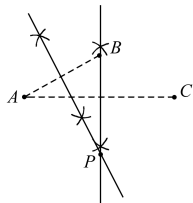
3. 解: (1) 根据线段垂直平分线的性质, 知 $BD=AD=12.5$ cm.

(2) $\triangle DBC$ 的周长为 $BD+DC+BC=35$ cm,

即 $AD+DC+BC=AC+BC=35$ cm. 因为 $AC=20$ cm, 所以 $BC=15$ cm.

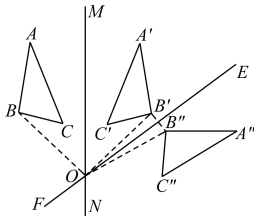
4. 解: 能. 连接 MN , 分别作出 $\angle BAC$ 的平分线, 线段 MN 的垂直平分线, 它们的交点就是点 P . (图略)

5. 解: 连接 AB, AC , 作出线段 AB, AC 的垂直平分线相交于点 P , 点 P 就是要确定的位置. (如答图 13.1.2-4)



答图 13.1.2-4

6. 解: (1) 如答图 13.1.2-5, 连接 $B'B''$, 作线段 $B'B''$ 的垂直平分线 EF , 则直线 EF 即是 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle A''B''C''$ 的对称轴.



答图 13.1.2-5

(2) 如答图 13.1.2-5, 由已知, 得 MN 与 EF 的交点为 O , 连接 $BO, B'O, B''O$. 因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 MN 对称,

所以 $\angle BOM = \angle B'OM$.

又因为 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle A''B''C''$ 关于直线 EF 对称,

所以 $\angle B'OE = \angle B''OE$.

所以 $\angle BOB'' = \angle BOM + \angle B'OM + \angle B'OE + \angle B''OE = 2(\angle B'OM + \angle B'OE) = 2\angle MOE = 2\alpha$.

13.2 画轴对称图形

[高效课堂]

[例 1] 思路探究: (1) 关于 x 轴对称的两点的横坐标相等, 纵坐标互为相反数.

(2) $2a+3b=8, 3a+2b=2$.

(3) $\begin{cases} 2a+3b=8, \\ 3a+2b=2, \end{cases}$ ① ②

由①+②, 得 $5a+5b=10$,

所以 $a+b=2$.

解: 由题意, 得 $\begin{cases} 2a+3b=8, \\ 3a+2b=2, \end{cases}$ ③ ④

由③+④, 得 $5a+5b=10$,

所以 $a+b=2$.

[针对训练]1.B

[例 2] 思路探究: (1) 横坐标互为相反数,

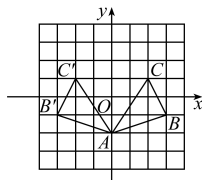
纵坐标相等.

(2) 过点 B 作 $BD \perp y$ 轴, 垂足为点 D . 延长 BD 至点 B' , 使 $B'D=BD$, 则点 B' 就是点 B 关于 y 轴的对称点. 同理可找出点 C 关于 y 轴的对称点 C' .

(3) 顺次连接 $AB', B'C', C'A$, 即可得 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形 $\triangle AB'C'$.

(4) 能. $B'(-3, -1), C'(-2, 1)$.

解: (1) 如答图 13.2-1 所示.



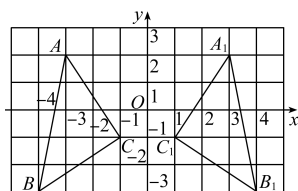
答图 13.2-1

(2) $B'(-3, -1), C'(-2, 1)$.

[针对训练]2. 解: $\triangle ABC$ 的各顶点坐标分别为 $A(-3, 2), B(-4, -3), C(-1, -1)$; $\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形如答图 13.2-2 中 $\triangle A_1B_1C_1$;

$\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的三角形的各顶点的坐标分别为

$A'(-3, -2), B'(-4, 3), C'(-1, 1)$.

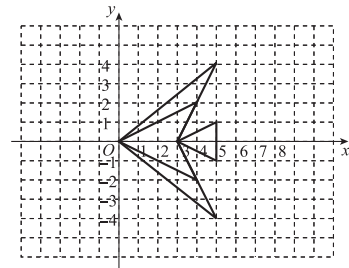


答图 13.2-2

[增效作业]

1.C 2.A 3.③ 4.-2

5. 解: (1) 如答图 13.2-3 所示.



答图 13.2-3

(2) 8.

6. 解: $\triangle ABC$ 中各顶点的坐标分别是 $A(1, 4), B(-1, 1), C(2, -1)$. 过点 $(-1, 0)$ 作 y 轴的平行线 m , 即直线 $x=-1$. 分别作点 A, B, C 关于直线 m 的对称点 $A'(-3, 4), B'(-1, 1), C'(-4, -1)$, 并顺次连接 $A'B', B'C', C'A'$, 则 $\triangle A'B'C'$ 即为所求 (图略). 观察发现: 点 (a, b) 在 $\triangle A'B'C'$ 中的对应点的坐标为 $(-2-a, b)$.

13.3 等腰三角形

第1课时 等腰三角形

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1)过点A作 $AF \perp BC$ 于点F.

(2) $ED \parallel AF$.

(3)因为 $AB = AC$,所以 $\angle CAF = \frac{1}{2} \angle BAC$.

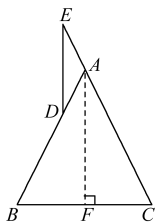
因为 $AD = AE$,所以 $\angle E = \angle ADE$.

因为 $\angle BAC$ 是 $\triangle ADE$ 的外角,所以 $\angle BAC = \angle E + \angle ADE = 2\angle E$,

所以 $\angle E = \frac{1}{2} \angle BAC = \angle CAF$.

所以 $ED \parallel AF$.

证明:如答图13.3.1-1,过点A作 $AF \perp BC$ 于点F.



答图 13.3.1-1

因为 $AB = AC$,

所以 $\angle CAF = \frac{1}{2} \angle BAC$.

因为 $AD = AE$,所以 $\angle E = \angle ADE$.

因为 $\angle BAC$ 是 $\triangle ADE$ 的外角,所以 $\angle BAC = \angle E + \angle ADE = 2\angle E$,

所以 $\angle E = \frac{1}{2} \angle BAC = \angle CAF$,

所以 $ED \parallel AF$.

又因为 $AF \perp BC$,所以 $ED \perp BC$.

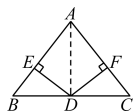
[针对训练]1.解:当点D在底边BC的中点时, $DE = DF$.

理由:如答图13.3.1-2,

连接AD,当点D为BC的中点时,AD平分 $\angle BAC$.

又因为 $DE \perp AB$, $DF \perp AC$,

所以 $DE = DF$.



答图 13.3.1-2

[例2]思路探究:(1) $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$.

(2)由 $AC \perp BC$, $BD \perp AD$ 可得, $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$ 均是直角三角形.因为 $AB = BA$, $AC = BD$,根据“HL”可证出 $\text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle BAC$.

(3)由(2)中的三角形全等得到的 $\angle ABD = \angle BAC$,可推得 $OA = OB$.

证明:(1)因为 $AC \perp BC$, $BD \perp AD$,所以 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$ 都是直角三

角形.

又因为 $AB = BA$, $AC = BD$,

所以 $\text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle BAC(\text{HL})$.

所以 $BC = AD$.

(2)因为 $\triangle ABD \cong \triangle BAC$,

所以 $\angle ABD = \angle BAC$,

所以 $OA = OB$,

所以 $\triangle OAB$ 是等腰三角形.

[针对训练]2.C

【增效作业】

1.B 2.A 3.④

4.解: $\triangle AEF$ 是等腰三角形.理由如下:

因为BE平分 $\angle ABC$,

所以 $\angle ABE = \angle CBE$.

又因为 $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$,

所以 $\angle AEB = 90^\circ - \angle ABE$, $\angle BFD = 90^\circ - \angle FBD$.

所以 $\angle AEB = \angle BFD$.

又因为 $\angle BFD = \angle AFE$,

所以 $\angle AEB = \angle AFE$.

所以 $AE = AF$.

所以 $\triangle AEF$ 是等腰三角形.

5.解:同意.理由如下:

设AD与EF交于点G(图略).

由折叠,知AD平分 $\angle BAC$,

所以 $\angle BAD = \angle CAD$.

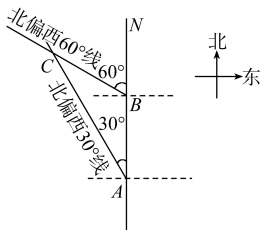
又由折叠,知 $\angle AGE = \angle DGE = 90^\circ$.

所以 $\angle AGE = \angle AGF = 90^\circ$.

所以 $\angle AEF = \angle AFE$.

所以 $\triangle AEF$ 为等腰三角形.

6.解:(1)如答图13.3.1-3,以A点为观测点画北偏西 30° 线,以B点为观测点画北偏西 60° 线,两线的交点C即为礁石所在的位置.



答图 13.3.1-3

(2)船以10 n mile/h的速度航行2 h的路程 $AB = 10 \times 2 = 20(\text{n mile})$.

因为 $\angle NBC = 60^\circ$,所以 $\angle CBA = 120^\circ$.

又因为 $\angle BAC = 30^\circ$,

所以 $\angle BCA = 30^\circ$,

所以 $AB = BC$.

所以小岛B距礁石C 20 n mile.

第2课时 等边三角形

【高效课堂】

[例1]思路探究:外 $\angle FAC$ $\angle FAC$
 $\angle BAC$ 60 $\angle EDF$ 60 等边

解: $\triangle DEF$ 是等边三角形.理由如下:

因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形,

所以 $\angle ABC = \angle ACB = \angle CAB = 60^\circ$.

因为 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$,

所以 $\angle DFE = \angle 3 + \angle FAC = \angle 1 + \angle FAC = \angle CAB = 60^\circ$.

同理 $\angle DEF = \angle EDF = 60^\circ$.

所以 $\triangle DEF$ 是等边三角形.

[针对训练]1.解: $\triangle ADE$ 为等边三角形.

理由如下:

因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形,

所以 $AB = AC$, $\angle BAE = 60^\circ$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中, $\begin{cases} AB = AC, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ BE = CD, \end{cases}$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACD(\text{SAS})$,

所以 $AE = AD$, $\angle BAE = \angle CAD = 60^\circ$,

所以 $\triangle ADE$ 是等边三角形.

[例2]思路探究:(1) $BC = \frac{1}{2} AB$.

(2) $CM = BC$.

(3)能得出 $CD \perp AB$.原因是等腰三角形的“三线合一”性质.

证明:因为 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,

所以 $BC = \frac{1}{2} AB$.

因为 $CM = \frac{1}{2} AB$,所以 $CM = BC$,

所以 $\triangle CBM$ 是等腰三角形.

又因为D是BM的中点,

所以 $CD \perp AB$.

[针对训练]2.解:因为AM平分 $\angle BAC$,

所以 $\angle CAM = \angle BAM = \frac{1}{2} \angle BAC =$

$\frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ACM$ 中,

$CM = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} \times 15 = 7.5(\text{cm})$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$\angle B = 90^\circ - \angle BAC = 30^\circ$,

所以 $\angle B = \angle BAM$,

所以 $BM = AM = 15 \text{ cm}$,

所以 $BC = BM + CM = 15 + 7.5 = 22.5(\text{cm})$.

【增效作业】

1.A 2.C 3.75°

4.证明:因为 $\angle ABC = 60^\circ$,BD平分 $\angle ABC$,

所以 $\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ$.

因为 $DC \parallel AB$,

所以 $\angle BDC = \angle ABD = 30^\circ$,

所以 $\angle CBD = \angle CDB$,

所以 $CB = CD$.

因为 $CF \perp BD$,所以F为BD的中点.

因为 $DE \perp AB$,

所以 $DF=BF=EF$.

由 $\angle ABD=30^\circ$, 得 $\angle BDE=60^\circ$,
所以 $\triangle DEF$ 为等边三角形.

5. 解: $AP=CQ$.

证明: 因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形,

所以 $\angle ABC=60^\circ$, $AB=BC$.

又因为 $\angle PBQ=60^\circ$,

所以 $\angle ABP=\angle CBQ$.

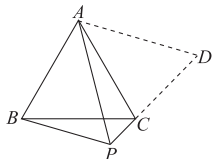
在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CBQ$ 中,

$$\begin{cases} AB=CB, \\ \angle ABP=\angle CBQ, \\ BP=BQ, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABP \cong \triangle CBQ$ (SAS).

所以 $AP=CQ$.

6. 证明: 如答图 13.3.2-1, 延长 PC 到点 D , 使 $CD=BP$, 连接 AD .



答图 13.3.2-1

因为 $\angle ABP + \angle ACP = 180^\circ$, $\angle ACP + \angle ACD = 180^\circ$,

所以 $\angle ABP = \angle ACD$.

又因为 $AB=AC$, $BP=CD$,

所以 $\triangle ABP \cong \triangle ACD$ (SAS).

所以 $AP=AD$, $\angle BAP = \angle CAD$.

因为 $\angle BAP + \angle PAC = 60^\circ$,

所以 $\angle CAD + \angle PAC = 60^\circ$,

即 $\angle PAD = 60^\circ$,

所以 $\triangle PAD$ 是等边三角形.

所以 $AP=PD=PC+CD=PB+PC$,

即 $PB+PC=PA$.

13.4 课题学习 最短路径问题

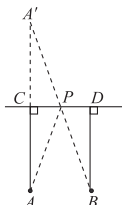
【高效课堂】

[例] 思路探究: (1) 类似.

(2) 作点 A 关于 CD 的对称点 A' , 连接 $A'B$, 交 CD 于点 P , 则点 P 就是所求的点.

(3) 由 $\triangle APC \cong \triangle BPD$, 得 $BP=AP=500$ m.

解: (1) 如答图 13.4-1, 作点 A 关于 CD 的对称点 A' , 连接 $A'B$, 交 CD 于点 P , 连接 AP , 则有 $AP=A'P$, 可证得 $CP=DP$, 所以在 CD 的中点 P 处饮水路线最短.
(2) 因为 A 到 CD 的中点的距离为 500 m, 即 $AP=500$ m, 易证 $BP=AP=500$ m, 所以最短路线长为 1 000 m.



答图 13.4-1

[针对训练] 解: 如答图 13.4-2.

(1) 作点 A 关于 l_1

的对称点 A_1 ;

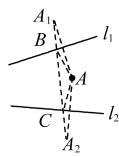
(2) 作点 A 关于 l_2

的对称点 A_2 ;

(3) 连接 A_1A_2 ,

分别交 l_1, l_2 于点 B, C ;

(4) 连接 AB, AC , 沿路线 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 走, 路程最短.



答图 13.4-2

【增效作业】

1. B 2. 100°

3. 解: 如答图 13.4-3, 作点 M 关于 AB 的对称点 M' , 连接 $M'N$, 交 AB 于点 P , 则点 P 即为所求. 理由如下:

在 AB 上任找一点 P'

(P' 与 P 不重合), 连接

$P'M, P'N, P'M', MP$.

因为点 M 与点 M' 关于

AB 对称,

所以 AB 垂直平分

MM' .

所以 $PM=PM', P'M=P'M'$.

所以 $PM+PN=M'N$.

又因为 $P'M+P'N=P'M'+P'N>$

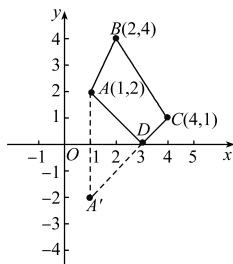
$M'N$,

所以 $\triangle PMN$ 的周长最小.

4. 解: 存在点 D 使送货的路程之和最短.

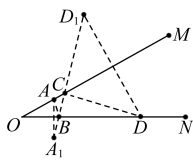
作法: (1) 作点 A 关于 x 轴的对称点 A' ;

(2) 连接 $A'C$, 交 x 轴于点 D , 则点 D 就是要建货栈的位置, 如答图 13.4-4, 且 $D(3, 0)$.



答图 13.4-4

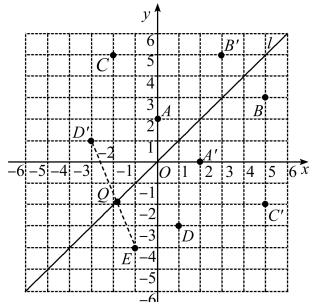
5. 解: 如答图 13.4-5, 作点 A 关于 ON 的对称点 A_1 , 点 D 关于 OM 的对称点 D_1 , 连接 A_1D_1 , 分别交 OM, ON 于点 C, B , 则点 B, C 就是所求的点.



答图 13.4-5

6. 解: (1) (3, 5) (5, -2) (2) (b, a)

(3) 由 (2) 得, $D(1, -3)$ 关于直线 l 的对称点 D' 的坐标为 $(-3, 1)$, 如答图 13.4-6, 连接 $D'E$ 交直线 l 于点 Q , 此时点 Q 到 D, E 两点的距离之和最小.



答图 13.4-6

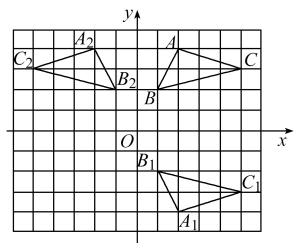
本章整合提升

【专题归纳】

1. A

2. 解: (1) 如答图 13-1 所示, 点 A_1 的坐标是 $(2, -4)$.

(2) 如答图 13-1 所示, 点 A_2 的坐标是 $(-2, 4)$.



答图 13-1

3. 证明: 过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F (图略).

因为 $AB=AC$, 所以 $BF=CF$.

因为 $BD=CE$, 所以 $DF=EF$,

所以 $AD=AE$.

第十四章 整式的乘法与因式分解

14.1 整式的乘法

第 1 课时 同底数幂的乘法

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) ① 互为相反数.

② 应该将 $(-x)^2$ 化为 x^2 .

(2) 可把 $(x-y)^2$ 化为 $(y-x)^2$, 也可把 $(y-x)^3$ 化为 $-(x-y)^3$.

解: (1) $(-x)^2 \cdot x^5 = x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$;

(2) $(x-y)^2 \cdot (y-x)^3 = (y-x)^2 \cdot$

$(y-x)^3 = (y-x)^{2+3} = (y-x)^5$

或原式 $= (x-y)^2 \cdot [-(x-y)^3] =$

$-(x-y)^2 \cdot (x-y)^3 = -(x-y)^5$.

[针对训练] 1. 解: (1) $b \cdot b^2 \cdot b^3 = b^{1+2+3} = b^6$;

(2) $(-x)^3 \cdot (-x)^7 \cdot x^4 = (-x)^{10} \cdot$

$x^4 = x^{10} \cdot x^4 = x^{14}$;

$$(3)(a-b)^2 \cdot (b-a)^5 = (b-a)^2 \cdot (b-a)^5 = (b-a)^7$$

$$\text{或原式} = (a-b)^2 \cdot [-(a-b)]^5 = -(a-b)^2 \cdot (a-b)^5 = -(a-b)^7.$$

[例2]思路探究:能,因为等式两边是相等关系,所以可以互换位置.

解:因为 $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$,

所以 $a^{x+y} = a^x \cdot a^y = 2 \times 8 = 16$.

[针对训练]2.ab

[增效作业]

1.C 2.A 3.2 187

$$4.\text{解:}(1)\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3+2+4+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10};$$

$$(2)(-a)^5 \cdot (-a)^4 + (-a)^6 \cdot a^3 = (-a)^9 + a^6 \cdot a^3 = -a^9 + a^9 = 0.$$

$$5.\text{解:}S_{\text{花坛}} = 2.5 \times 2.5 \times 10^2 \times 2.5 \times 10^2 = 2.5^3 \times 10^4 = 15.625 \times 10^4 = 1.5625 \times 10^5 (\text{cm}^2).$$

答:这个长方形花坛的面积为 $1.5625 \times 10^5 \text{ cm}^2$.

$$6.\text{解:因为 } x^{m-n} \cdot x^{2n+1} = x^{11}, \text{ 且 } y^{m-1} \cdot y^{4-n} = y^5,$$

所以 $x^{m-n+2n+1} = x^{11}$, 且 $y^{m-1+4-n} = y^5$,
即 $x^{m+n+1} = x^{11}$, 且 $y^{m-n+3} = y^5$.

$$\text{于是有} \begin{cases} m+n+1=11, \\ m-n+3=5. \end{cases}$$

$$\text{整理,得} \begin{cases} m+n=10, \\ m-n=2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m=6, \\ n=4. \end{cases}$$

当 $m=6, n=4$ 时,

$$mn^2 = 6 \times 4^2 = 6 \times 16 = 96.$$

第2课时 幂的乘方 积的乘方

[高效课堂]

$$\text{[例1]思路探究:}(1)-(a^2)^5 \cdot a^{2 \times 5} \cdot a^{10}$$

$$(2)-3^3 \cdot 3^2 \cdot (3)a^{\quad n} \cdot n+1$$

$$\text{解:}(1)-(a^2)^5 = -a^{2 \times 5} = -a^{10};$$

$$(2)[(-3)^3]^2 = (-3)^{3 \times 2} = (-3)^6 = 3^6;$$

$$(3)(a^n)^{n+1} = a^{n(n+1)} = a^{n^2+n}.$$

[针对训练]1.解:(1)原式 $= x^6$;

$$(2)\text{原式} = (-x)^9 = -x^9;$$

$$(3)\text{原式} = (x-y)^8.$$

[例2]思路探究:(1)积 幂

$$(2)5^{-1} - 1 - 1$$

$$\text{解:}(1)\text{原式} = (-6)^2 \cdot (x^2)^2 \cdot (y^5)^2 = 36x^4y^{10};$$

$$(2)\text{原式} = \left[2^{018} \times \left(-\frac{1}{2^{018}}\right)\right]^5 = (-1)^5 = -1.$$

[针对训练]2.B

[例3]思路探究: $b^{3m} \cdot b^{2n}$

$$\text{解:}b^{3m+2n} = b^{3m} \cdot b^{2n} = (b^m)^3 \cdot (b^n)^2 = 2^3 \cdot 6^2 = 8 \times 36 = 288.$$

[针对训练]3.B

[增效作业]

1.B 2.A 3.B 4.3

$$5.\text{解:}(1)(-2m)^6 - (3m^3)^2 + (-2m^2)^3$$

$$= 2^6 \cdot m^6 - 3^2 \cdot m^6 - 2^3 \cdot m^6$$

$$= 64m^6 - 9m^6 - 8m^6$$

$$= 47m^6;$$

$$(2)-8^{2018} \times (-0.125)^{2018} + \left(\frac{2}{3}\right)^{2017} \times$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2017}$$

$$= -8^{2018} \times \left(\frac{1}{8}\right)^{2018} + \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right)^{2017}$$

$$= -\left(8 \times \frac{1}{8}\right)^{2018} + 1$$

$$= -1 + 1$$

$$= 0.$$

6.B 7.A

$$8.\text{解:}(1)a^{2m+3n} = (a^m)^2 \cdot (a^n)^3 = 2^2 \times 3^3 = 108.$$

$$(2)\text{因为 } 2^{2n+1} + 4^n = 2^{2n+1} + 2^{2n} = 2 \cdot 2^{2n} + 2^{2n} = 3 \cdot 2^{2n} = 48, \text{ 所以 } 2^{2n} = 16, \text{ 即 } 2^{2n} = 2^4, \text{ 所以 } 2n = 4, \text{ 即 } n = 2.$$

$$(3)\text{因为 } x^n = 3, y^n = 5,$$

$$\text{所以 } (x^2y)^n = x^{2n}y^n = (x^n)^2 \cdot y^n = 3^2 \times 5 = 45.$$

第3课时 整式的乘法

[高效课堂]

[例1]思路探究:(1)①3 -2 ②-

$$\text{③}x \cdot y \cdot z \text{ ④}-6 \cdot x^3y^3$$

$$(2)\text{①}(a-b)^3 \cdot (b-a)^2 \text{ ②}(a-b)^3 \cdot (b-a)^2 \cdot (a-b)^2$$

$$\text{解:}(1)3x^2y \cdot (-2xy^2z^3) = [3 \times (-2)] \cdot (x^2 \cdot x) \cdot (y \cdot y^2) \cdot z^3 = -6x^3y^3z^3;$$

$$(2)-6x^2y \cdot (a-b)^3 \cdot \frac{1}{3}xy^2 \cdot (b-a)^2 =$$

$$-6x^2y \cdot (a-b)^3 \cdot \frac{1}{3}xy^2 \cdot (a-b)^2 =$$

$$\left(-6x^2y \cdot \frac{1}{3}xy^2\right) \cdot [(a-b)^3 \cdot (a-b)^2] = -2x^3y^3(a-b)^5.$$

[针对训练]1.C

$$2.\text{解:}(1)5abc \cdot (-3a^2b) = [5 \times (-3)] \cdot (a \cdot a^2) \cdot (b \cdot b) \cdot c = -15a^3b^2c;$$

$$(2)2a^2 \cdot (-2a^2)^3 = 2a^2 \cdot (-2)^3 \cdot (a^2)^3 = -16a^8.$$

[例2]思路探究:(1) $3xy^3 - 3xy - 1$

$$(2)-6x^3y^4 - 6x^3y^2 - 2x^2y$$

$$(3)\text{相加 } 三$$

$$\text{解:}(-2x^2y)(3xy^3 - 3xy + 1)$$

$$= -2x^2y \cdot 3xy^3 + (-2x^2y) \cdot (-3xy) + (-2x^2y) \cdot 1$$

$$= -6x^3y^4 + 6x^3y^2 - 2x^2y.$$

[针对训练]3.解:(1) $(-3a^2)(-2a^2+a-3)$

$$= (-3a^2) \cdot (-2a^2) + (-3a^2) \cdot a + (-3a^2) \cdot (-3)$$

$$= 6a^4 - 3a^3 + 9a^2;$$

$$(2)-2xy(x^2-3y^2) - 3xy(-2x^2+y^2)$$

$$= -2xy \cdot x^2 + (-2xy) \cdot (-3y^2) + (-3xy) \cdot (-2x^2) + (-3xy) \cdot y^2$$

$$= -2x^3y + 6xy^3 + 6x^3y - 3xy^3$$

$$= 4x^3y + 3xy^3.$$

[例3]思路探究:(1) $2m^3 - 6m^5$

(2)去括号 (3)漏乘

$$\text{解:}(2m-3)(3m+1) - (6m-5) \cdot (m-4) + 25$$

$$= 2m(3m+1) - 3(3m+1) - [6m(m-4) - 5(m-4)] + 25$$

$$= 2m \cdot 3m + 2m \cdot 1 - 3 \times 3m - 3 \times 1 - (6m \cdot m - 6m \cdot 4 - 5m + 20) + 25$$

$$= 6m^2 + 2m - 9m - 3 - (6m^2 - 24m - 5m + 20) + 25$$

$$= 6m^2 + 2m - 9m - 3 - 6m^2 + 24m + 5m - 20 + 25$$

$$= 22m + 2.$$

[针对训练]4.解:(1) $(mx+8)(2-3x) = 2mx - 3mx^2 + 16 - 24x = -3mx^2 + (2m-24)x + 16.$

因为不含 x 项,所以 $2m-24=0$,

所以 $m=12$.

$$(2)(m-5)(m+2) = m^2 + (-5+2)m + (-5) \times 2 = m^2 - 3m - 10.$$

[增效作业]

1.C 2.B 3.-11

$$4.m^3 - 6m^2 + 11m - 6$$

$$5.\text{解:}(1)\text{原式} = \left(-\frac{1}{8}x^6y^3\right)(9x^2y^4) =$$

$$\left(-\frac{1}{8} \times 9\right)(x^6 \cdot x^2)(y^3 \cdot y^4) =$$

$$-\frac{9}{8}x^8y^7;$$

$$(2)\text{原式} = \left(-\frac{1}{3}a^2b^3\right) \cdot 3a^{n-2} +$$

$$\left(-\frac{1}{3}a^2b^3\right) \cdot (-b^{n-3}) = -a^nb^3 +$$

$$\frac{1}{3}a^2b^n;$$

$$(3)\text{原式} = 8a^3 - 4a^2 + 2a + 4a^2 - 2a + 1 = 8a^3 + 1;$$

$$(4)\text{原式} = 3ab - 9a^2 - 2b^2 + 6ab - (6a^2 + 2ab - 3ab - b^2) = 3ab - 9a^2 - 2b^2 + 6ab - 6a^2 - 2ab + 3ab + b^2 = -15a^2 + 10ab - b^2.$$

$$6.\text{解:原式} = 6x^2 - 9x - 8x^2 - 15x + 6x + 2x^2 = -18x.$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{6} \text{ 时, 原式} = -18 \times$$

$$\left(-\frac{1}{6}\right) = 3.$$

$$\begin{aligned}
& 7. \text{解:} (-2x^2)(3x^2 - ax - 6) - 3x^3 + x^2 \\
&= -2x^2 \cdot 3x^2 - 2x^2 \cdot (-ax) - 2x^2 \cdot (-6) - 3x^3 + x^2 \\
&= -6x^4 + 2ax^3 + 12x^2 - 3x^3 + x^2 \\
&= -6x^4 + (2a-3)x^3 + 13x^2.
\end{aligned}$$

因为结果中不含 x 的 3 次项,

$$\text{所以 } 2a-3=0, \text{ 即 } a=\frac{3}{2}.$$

$$\begin{aligned}
& 8. \text{解:} (1) \text{① } x^2-1 \quad \text{② } x^3-1 \quad \text{③ } x^4-1 \\
& \text{④ } x^5-1 \quad x^{100}-1 \quad (2) x^{n+1}-1
\end{aligned}$$

第 4 课时 整式的除法

【高效课堂】

$$\begin{aligned}
& [\text{例 1}] \text{思路探究:} (1) 6 \quad 3 \quad x \quad 6 \quad 3 \quad 3 \\
& (2) a \quad -a \quad a^2 \quad (3) m-n \quad \text{多项式} \\
& \text{解:} (1) x^6 \div x^3 = x^{6-3} = x^3; \\
& (2) a^3 \div (-a)^2 = a^3 \div a^2 = a^{3-2} = a; \\
& (3) (m-n)^5 \div (m-n) = (m-n)^{5-1} = (m-n)^4.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\text{针对训练}] 1. \text{解:} (1) (-a)^2 \div a = a^2 \div a = a; \\
& (2) (a-b)^7 \div (b-a)^3 = (a-b)^7 \div [- (a-b)^3] = -(a-b)^4.
\end{aligned}$$

$$[\text{例 2}] \text{思路探究:} -\frac{3}{7}, 3, -\frac{1}{7} \cdot x.$$

$$\begin{aligned}
& \text{解:} \left(-\frac{3}{7}x^3y^2\right) \div (3x^2y^2) \\
&= \left(-\frac{3}{7} \div 3\right) \cdot x^{3-2} \cdot y^{2-2} = -\frac{1}{7}x.
\end{aligned}$$

【针对训练】2. (1) B

$$\begin{aligned}
& (2) \text{解: 原式} = \left[-1 \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right] a^{2-1} b^{4-1} \cdot \\
& c^{3-2} = \frac{3}{2} ab^3c.
\end{aligned}$$

【例 3】思路探究: (1) 每一项的符号分别是 +, -, -, 单项式的符号是 -.

(2) 3 项, 3 项.

$$\begin{aligned}
& \text{解:} \left(4m^3n^3 - 2m^2n - \frac{1}{2}mn\right) \div \\
& \left(-\frac{1}{2}mn\right) \\
&= 4m^3n^3 \div \left(-\frac{1}{2}mn\right) - 2m^2n \div \\
& \left(-\frac{1}{2}mn\right) - \frac{1}{2}mn \div \left(-\frac{1}{2}mn\right) \\
&= -8m^2n^2 + 4m + 1.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\text{针对训练}] 3. \text{解:} (1) (36a^4b^3 - 24a^3b^2) \div \\
& (-6a^2b) \\
&= -6a^2b^2 + 4ab; \\
& (2) [2x^3(2x-3) - x^2] \div 2x^2 \\
&= (4x^4 - 6x^3 - x^2) \div 2x^2 \\
&= 2x^2 - 3x - \frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

【增效作业】

$$1. A \quad 2. A \quad 3. -35x^3y^2y$$

$$4. 3a^3b^2 - a$$

$$5. \text{解:} (1) (64x^5y^6 - 48x^4y^4 + 8x^2y^2) \div$$

$$\begin{aligned}
& (-8x^2y^2) \\
&= 64x^5y^6 \div (-8x^2y^2) - 48x^4y^4 \div \\
& (-8x^2y^2) + 8x^2y^2 \div (-8x^2y^2) \\
&= -8x^3y^4 + 6x^2y^2 - 1. \\
& (2) [(5x+2y)(3x-2y) - (x+2y) \cdot \\
& (5x-2y)] \div 4x \\
&= [(15x^2 - 10xy + 6xy - 4y^2) - (5x^2 - \\
& 2xy + 10xy - 4y^2)] \div 4x \\
&= (15x^2 - 4xy - 4y^2 - 5x^2 - 8xy + \\
& 4y^2) \div 4x \\
&= (10x^2 - 12xy) \div 4x = \frac{5}{2}x - 3y.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 6. \text{解:} (1) \text{原式} = -2x^4y^2z \div \left(-\frac{3}{4}x^3y^2\right) \\
&= -2 \times \left(-\frac{4}{3}\right) xz = \frac{8}{3}xz.
\end{aligned}$$

$$\text{当 } x=1, y=\frac{2}{3}, z=3 \text{ 时, 原式} = \frac{8}{3} \times 1 \times 3 = 8.$$

$$(2) \text{原式} = 16(a+b)^6(a-b)^5 \div [4(a+b)^6(a-b)^2] = 4(a-b)^3.$$

当 $a=-2, b=-1$ 时,

$$\text{原式} = 4 \times [-2 - (-1)]^3 = 4 \times (-1)^3 = -4.$$

$$7. \text{解: 因为 } x^m y^{2n+1} \div x^n y^n = x^{m-n} y^{n+1} = xy^2,$$

$$\text{所以 } \begin{cases} m-n=1, \\ n+1=2, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=2, \\ n=1. \end{cases}$$

$$\text{所以 } 2m-n=2 \times 2 - 1 = 3.$$

$$8. \text{解:} (-2x^2yz) \cdot \left(\frac{1}{2}xyz^2\right) \div [(-3x^2yz) \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{3}xyz^2\right)] \\
&= -x^3y^2z^3 \div (-x^3y^2z^3) = 1. \\
& (\text{答案不唯一})
\end{aligned}$$

14.2 乘法公式

第 1 课时 平方差公式

【高效课堂】

【例 1】思路探究: (1) 两个二项式中, 一项完全相同, 另一项互为相反数.

(2) $(3x+2y)(2y-3x)$ 中 “ a ” 是 $2y$, “ b ” 是 $3x$; $(-2a+3b)(-2a-3b)$ 中 “ a ” 是 $-2a$, “ b ” 是 $3b$.

(3) 变形为 $(2y+3x)(2y-3x)$.

$$\text{解:} (1) \text{原式} = (2y+3x)(2y-3x) = 4y^2 - 9x^2;$$

$$\begin{aligned}
& (2) \text{原式} = [(-2a)+3b][(-2a)-3b] \\
&= (-2a)^2 - (3b)^2 \\
&= 4a^2 - 9b^2.
\end{aligned}$$

$$[\text{针对训练}] 1. \text{解:} (1) (b+3a)(3a-b) = (3a+b)(3a-b) = 9a^2 - b^2.$$

$$\begin{aligned}
& (2) (-2x^2-5)(2x^2-5) = (-5+2x^2) \cdot \\
& (-5-2x^2) = (-5)^2 - (2x^2)^2 = \\
& 25 - 4x^4.
\end{aligned}$$

$$[\text{例 2}] \text{思路探究: } 100 \quad 100 \quad 100 \quad 1 \quad 100$$

$$\text{解: } 99 \times 101 = (100-1)(100+1) =$$

$$100^2 - 1 = 10\,000 - 1 = 9\,999.$$

$$[\text{针对训练}] 2. \text{解: } 59.7 \times 60.3 = (60-0.3) \times (60+0.3) = 60^2 - 0.3^2 = 3\,600 - 0.09 = 3\,599.91.$$

【例 3】思路探究: (1) 平方差公式. (2) 单项式乘多项式法则. (3) 各项都要变号.

$$\begin{aligned}
& \text{解: } (x+3)(x-3) - x(x-2) \\
&= x^2 - 9 - (x^2 - 2x) \\
&= x^2 - 9 - x^2 + 2x \\
&= 2x - 9.
\end{aligned}$$

$$\text{当 } x=4 \text{ 时, } 2x-9=2 \times 4-9=-1.$$

$$\begin{aligned}
& [\text{针对训练}] 3. \text{解: } (b-a)(a+b) - b(b-1) \\
&= (b-a)(b+a) - (b^2-b) \\
&= b^2 - a^2 - b^2 + b \\
&= b - a^2.
\end{aligned}$$

$$\text{当 } a=2, b=-3 \text{ 时, } b-a^2=-3-4=-7.$$

【增效作业】

$$1. C \quad 2. C \quad 3. C$$

$$4. \left(12 + \frac{1}{3}\right) \left(12 - \frac{1}{3}\right) = 143 \frac{8}{9}$$

$$5. \text{解:} (1) \text{原式} = 1 - a^2.$$

$$\begin{aligned}
& (2) \text{原式} = \left(-\frac{3}{4}y^3\right)^2 - \left(\frac{2}{3}x^2\right)^2 \\
&= \frac{9}{16}y^6 - \frac{4}{9}x^4.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (3) \text{原式} = (3n)^2 - (2m)^2 - 2[(-3m)^2 - \\
& (2n)^2] \\
&= 9n^2 - 4m^2 - 2(9m^2 - 4n^2) \\
&= 9n^2 - 4m^2 - 18m^2 + 8n^2 \\
&= 17n^2 - 22m^2.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 6. \text{解:} (1) (3+m)(3-m) + m(m-6) - 7 \\
&= 9 - m^2 + m^2 - 6m - 7 \\
&= -6m + 2.
\end{aligned}$$

$$\text{当 } m=\frac{1}{2} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = -6 \times \frac{1}{2} + 2 = -3 + 2 = -1.$$

$$\begin{aligned}
& (2) (x+2y)(x-2y) - (2x-y)(-2x-y) \\
&= (x^2 - 4y^2) - (y^2 - 4x^2) \\
&= 5x^2 - 5y^2.
\end{aligned}$$

当 $x=8, y=-8$ 时,

$$\text{原式} = 5 \times 8^2 - 5 \times (-8)^2 = 0.$$

$$7. \text{解:} (2x+1)(2x-1) + 3(x+2)(x-2)$$

$$= (7x+1)(x-1).$$

$$\text{化简, 得 } (2x)^2 - 1 + 3(x^2 - 4) = 7x^2 + x - 7x - 1,$$

$$\text{所以 } -13 = -6x - 1, \text{ 解得 } x=2.$$

$$8. \text{解:} \left[\frac{1}{2} \times (a+b)(b-a)\right] \times 2 = (b+a) \cdot (b-a) = b^2 - a^2.$$

$$\text{当 } a=10, b=30 \text{ 时, } b^2 - a^2 = 900 - 100 = 800.$$

答: 小明家的菜地面积为 $(b^2 - a^2) \text{ m}^2$.

$$\text{当 } a=10, b=30 \text{ 时, 其面积为 } 800 \text{ m}^2.$$

$$9. \text{解:} (1) 3 \quad (2) 7 \quad (3) 11 \quad (4) 11 \quad 6$$

$$(5) (2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$$

$$\begin{aligned}
10. \text{解:} & (1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\
&= \frac{1}{2}(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \cdot \\
& (3^8+1) \\
&= \frac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\
&= \frac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\
&= \frac{1}{2}(3^8-1)(3^8+1) = \frac{1}{2}(3^{16}-1). \\
(2) & \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \cdots \cdot \\
& \left(1-\frac{1}{10^2}\right) \\
&= \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right) \cdots \left(1+\frac{1}{10}\right) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{11}{20}.
\end{aligned}$$

第2课时 完全平方公式

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1)① $(-x+3y)^2$ 用“和”的完全平方公式计算, $(3y-x)^2$ 用“差”的完全平方公式计算.
②用“差”的完全平方公式计算简单,因为会避免符号错误.

③“a”是 $3y$ ，“b”是 x .

(2)① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; $(-a-b)^2=[-(a+b)]^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. ② $(a+b)^2=(-a-b)^2$.

③ $(-2m-3n)^2=(2m+3n)^2$.

解:(1) $(-x+3y)^2=(3y-x)^2=9y^2-6xy+x^2$.

(2) $(-2m-3n)^2=(2m+3n)^2=4m^2+12mn+9n^2$.

[针对训练]1.解:(1) $(3x-2y)^2=9x^2-12xy+4y^2$.

(2) $(x-3y)^2=x^2-6xy+9y^2$.

(3) $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)^2=\frac{4}{9}x^2-2xy+\frac{9}{4}y^2$.

(4) $\left(-99\frac{1}{2}\right)^2=\left(99\frac{1}{2}\right)^2=\left(100-\frac{1}{2}\right)^2=100^2-2\times 100\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=10\,000-100+\frac{1}{4}=9\,900\frac{1}{4}$.

[例2]思路探究:(1)两边平方,得 $(a+b)^2=9$,即 $a^2+2ab+b^2=9$.

(2)①将 $ab=-12$ 代入 $a^2+2ab+b^2=9$,即可求出 a^2+b^2 .

②将 $a^2+2ab+b^2=9$ 的两边同时减去 $3ab$,即可求出 a^2-ab+b^2 的值,也可求出 a^2+b^2 的值后减去 ab .

解:把 $a+b=3$ 两边平方,得 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=9$.

(1) $a^2+b^2=9-2ab=9-2\times(-12)=9+24=33$.

(2) $a^2-ab+b^2=9-3ab=9-3\times(-12)=45$.

[针对训练]2.(1)-16

(2)解:因为 $a+b=5$,

所以 $(a+b)^2=25$,

即 $a^2+2ab+b^2=25$.

又因为 $ab=6$,所以 $a^2+2\times 6+b^2=25$,即 $a^2+b^2=13$.

所以 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=a^2+b^2-2ab=13-2\times 6=1$.

[例3]思路探究:(1)① $-3x^2y, 4xy^2, -y^3$.

②“+”.

③不改变 $-3x^2y+4xy^2-y^3$

(2)① $-x^2, 2xy, -y^2$.

②“-”.

③改变 $x^2-2xy+y^2$

[针对训练]3.解:(1) $5a^3b-2ab+3ab^3-2b^2=5a^3b-(2ab-3ab^3)-2b^2$.

(2) $5a^3b-2ab+3ab^3-2b^2=(5a^3b-2ab)-(-3ab^3+2b^2)$.

(3) $5a^3b-2ab+3ab^3-2b^2=5a^3b-(2ab-3ab^3+2b^2)$.

(4) $5a^3b-2ab+3ab^3-2b^2=5a^3b+3ab^3-2ab-2b^2=(5a^3b+3ab^3)-(2ab+2b^2)$.

【增效作业】

1.C 2.B 3.D 4.-395

5.解: $(x-1)(2x-1)-(x+1)^2+1=2x^2-x-2x+1-(x^2+2x+1)+1=2x^2-x-2x+1-x^2-2x-1+1=x^2-5x+1$.

当 $x^2-5x=14$ 时,

原式 $=x^2-5x+1=14+1=15$.

6.解:由题意,知

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2=49$, ①

$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2=1$. ②

(1)①+②,得 $2(x^2+y^2)=50$,

即 $x^2+y^2=25$.

(2)①-②,得 $4xy=48$,即 $xy=12$.

7.解: $A^2-B^2=(2x+y)^2-(2x-y)^2=(4x^2+4xy+y^2)-(4x^2-4xy+y^2)=4x^2+4xy+y^2-4x^2+4xy-y^2=8xy$.

8.解:(1)两个图形的周长相等.阴影部分的面积为 $(m-n)^2=m^2-2mn+n^2$.

(2)长和宽相等

(3)当长、宽都为6 cm时,该图形的面

积最大,最大面积是 36 cm^2 .

14.3 因式分解

第1课时 提公因式法

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1)①各项系数分别为-12,-24,48.它们的最大公约数是12.

②相同字母是 x .最小指数是1.

③ $-12x$.

(2)①能. $(y-x)^2=(x-y)^2$. ② $(x-y)^2$.

解:(1) $-12x^3-24x^2+48xy=-12x\cdot x^2-12x\cdot 2x-12x\cdot(-4y)=-12x(x^2+2x-4y)$.

(2) $m(x-y)^3+n(y-x)^2=m(x-y)^3+n(x-y)^2=(x-y)^2[m(x-y)+n]=(x-y)^2(mx-my+n)$.

[针对训练]1.(1)D

(2)解:① $-9m^2n-3mn^2+27m^3n^4=-3mn(3m+n-9m^2n^3)$.

② $2(m-n)^2-m(n-m)=2(m-n)^2+m(m-n)=(m-n)(2m-2n+m)=(m-n)(3m-2n)$.

[例2]思路探究:(1)2.5 提公因式

(2)不能. $a^2b+ab^2=ab(a+b)$.

解:(1) $2.5\times 19.7+32.4\times 2.5+2.5\times 35.9=2.5\times(19.7+32.4+35.9)=2.5\times 88=220$.

(2) $a^2b+ab^2=ab(a+b)$,把 $a+b=13, ab=20$ 代入上式,得原式 $=20\times 13=260$.

[针对训练]2.(1)D (2)314

【增效作业】

1.C 2.A 3.C 4.1 -2 5.等腰

6.解:(1) $2a^2bc+8a^3b=2a^2b\cdot c+2a^2b\cdot 4a=2a^2b(c+4a)$.

(2) $a(a-b)^3+2a^2(b-a)^2-2ab(b-a)=a(a-b)^3+2a^2(a-b)^2+2ab(a-b)=a(a-b)[(a-b)^2+2a(a-b)+2b]=a(a-b)(3a^2-4ab+b^2+2b)$.

7.证明: $3^{2\,019}-4\times 3^{2\,018}+10\times 3^{2\,017}$

$=3^{2\,017}\times(3^2-4\times 3+10)$

$=3^{2\,017}\times 7$.

因为 $3^{2\,017}\times 7$ 能被7整除,

所以 $3^{2\,019}-4\times 3^{2\,018}+10\times 3^{2\,017}$ 能被7整除.

8.解: $5n(2m-n)^2-2(n-2m)^3=5n(2m-n)^2+2(2m-n)^3=(2m-n)^2[5n+2(2m-n)]=2(m-n)^2(4m+3n)$.

因为 $\begin{cases} 2m-n=3, \\ 4m+3n=1, \end{cases}$

所以原式 $=3^2\times 1=9$.

第2课时 公式法

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1)①能, $x^4 - 81 = (x^2)^2 - 9^2$. ② $x^4 - 81 = (x^2)^2 - 9^2 = (x^2 + 9)(x^2 - 9)$. ③ $x^2 - 9$ 还能继续分解.

(2)①能, $16(x-1)^2 = [4(x-1)]^2 = (4x-4)^2$.

②只要把多项式中的前后两项交换位置就可以,即

$$-(x+2)^2 + 16(x-1)^2 \\ = [4(x-1)]^2 - (x+2)^2 \\ = (4x-4)^2 - (x+2)^2.$$

解:(1) $x^4 - 81 = (x^2 + 9)(x^2 - 9) = (x^2 + 9)(x+3)(x-3)$.

(2) $-(x+2)^2 + 16(x-1)^2$

$$= 16(x-1)^2 - (x+2)^2$$

$$= [4(x-1)]^2 - (x+2)^2$$

$$= (4x-4)^2 - (x+2)^2$$

$$= (4x-4+x+2)(4x-4-x-2)$$

$$= (5x-2)(3x-6)$$

$$= 3(x-2)(5x-2).$$

[针对训练]1.(1)C

(2)解:① $3a(2x-y)^2 - 3ab^2$

$$= 3a[(2x-y)^2 - b^2]$$

$$= 3a(2x-y+b)(2x-y-b);$$

② $9(a-b)^2 - 4(a+b)^2$

$$= [3(a-b)]^2 - [2(a+b)]^2$$

$$= (3a-3b)^2 - (2a+2b)^2$$

$$= (3a-3b+2a+2b)(3a-3b-2a-2b)$$

$$= (5a-b)(a-5b).$$

[例2]思路探究:(1)①有, $8a-4a^2-4 = -4(-2a+a^2+1)$.

②能将 $-2a+a^2+1$ 变形为 a^2-2a+1 , 用完全平方公式分解因式.

(2) $x+y$

$$\text{解: (1)} 8a-4a^2-4 = -4(-2a+a^2+1) \\ = -4(a^2-2a+1)$$

$$= -4(a-1)^2.$$

$$(2)(x+y)^2 - 10(x+y) + 25 = (x+y-5)^2.$$

[针对训练]2.解:(1) $\frac{1}{2}x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 2xy + y^2)$$

$$= \frac{1}{2}(x+y)^2;$$

$$(2) 25(a-b)^2 - 10(a-b) + 1$$

$$= [5(a-b)]^2 - 10(a-b) + 1$$

$$= (5a-5b-1)^2.$$

【增效作业】

1.B 2.D 3.10 000

4. $a(x^2+3y)(x^2-3y)$ 5. $(x-2)^2$

6.解:(1)原式 $= 5bc(4a^2-9d^2) = 5bc \cdot (2a+3d)(2a-3d)$.

$$(2)\text{原式} = (a-b)[(3a+b)^2 - (a+3b)^2]$$

$$= (a-b)(3a+b+a+3b)(3a+b-a-3b)$$

$$= (a-b)(4a+4b)(2a-2b)$$

$$= 8(a-b)^2(a+b).$$

$$(3)m^4-2m^2+1 = (m^2)^2-2 \cdot m^2 \cdot 1+1^2 \\ = (m^2-1)^2 = (m+1)^2(m-1)^2.$$

$$(4)(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)+1 = (x^2+2x+1)^2 = (x+1)^4.$$

$$7.\text{解: } \frac{1}{2}x^2+2x-1+\frac{1}{2}x^2+4x+1 = x^2+6x = x(x+6);$$

$$\frac{1}{2}x^2+2x-1+\frac{1}{2}x^2-2x = x^2-1 = (x+1)(x-1);$$

$$\frac{1}{2}x^2+4x+1+\frac{1}{2}x^2-2x = x^2+2x+1 = (x+1)^2.$$

(答案不唯一,任选上面中的一个即可)

$$8.\text{解:原式} = (100^2-99^2) + (98^2-97^2) + \cdots + (2^2-1)$$

$$= (100+99) \times (100-99) + (98+97) \times (98-97) + \cdots + (2+1) \times (2-1)$$

$$= 100+99+98+97+\cdots+2+1$$

$$= (100+1) + (99+2) + \cdots + (51+50)$$

$$= 101 \times 50 = 5\ 050.$$

本章整合提升

【专题归纳】

1.B

$$2.\text{解:原式} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2\ 016} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{2\ 017} \div 1 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2\ 016} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{2\ 016} \times \frac{3}{2} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right)^{2\ 016} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}.$$

$$3.\text{解:原式} = a^2+4a+4+1-a^2=4a+5.$$

$$\text{当 } a = -\frac{3}{4} \text{ 时,原式} = 4 \times \left(-\frac{3}{4}\right) + 5 = 2.$$

$$4.\text{解: (1)} x^3y-2x^2y^2+xy^3 = xy(x^2-2xy+y^2) = xy(x-y)^2.$$

$$(2) 9a^2-b^2+2b-1 = 9a^2-(b^2-2b+1) = (3a)^2-(b-1)^2 = (3a+b-1) \cdot (3a-b+1).$$

$$5.\text{解:因为 } a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=0, \\ \text{所以 } 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac=0, \\ \text{所以 } (a^2-2ab+b^2) + (b^2-2bc+c^2) + (a^2-2ac+c^2) = 0, \\ \text{即 } (a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 = 0.$$

$$\text{所以 } \begin{cases} a-b=0, \\ b-c=0, \\ a-c=0. \end{cases}$$

$$\text{所以 } a=b=c.$$

故该三角形是等边三角形.

第十五章 分式

15.1 分式

第1课时 从分数到分式

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1)A,B表示两个整式,

且B中含有字母,式子 $\frac{A}{B}$ 是分式.

$$(2) \frac{5}{x}, \frac{2}{y+3}, \frac{3}{a^2+b^2}.$$

(3)不是,因为 π 指圆周率,是一个固定数值,不能看作字母,所以 $\frac{3}{\pi}$ 不是分式.

解: $\frac{5}{x}, \frac{2}{y+3}, \frac{3}{a^2+b^2}$ 是分式; $\frac{x+y}{2}$,

$\frac{3}{\pi}$ 是整式.

[针对训练]1.D

[例2]思路探究:(1)分子等于0,分母不等于0.

$$(2)\text{由题意,得 } \begin{cases} x^2-4=0, \\ x+2 \neq 0. \end{cases}$$

解:由题意,得 $x^2-4=0$, 且 $x+2 \neq 0$. 由 $x^2-4=0$, 得 $x^2=4$, 根据平方根的定义,得 $x=\pm 2$, 但当 $x=-2$ 时,分母 $x+2=0$, 故 $x=2$.

[针对训练]2.-3

【增效作业】

1.B 2.B 3.B

$$4. \frac{3x}{5}, \frac{1}{2}, -x^2+2n, -\frac{3}{x}, \frac{2}{5-7m}$$

$$5. \frac{m+n}{x+y} \quad 6. < 5 \quad \text{为任意实数}$$

$$7.\text{解: (1)当 } x=5 \text{ 时,原式} = \frac{5-3}{2 \times 5+3} = \frac{2}{13}.$$

(2)当 $x=-4, y=-2$ 时,

$$\text{原式} = \frac{-4+3 \times (-2)}{-2-(-4)} = \frac{-4+(-6)}{-2+4} = \frac{-10}{2} = -5.$$

8.D 9.A

10.解:由题意,知完成这项任务原计划用

$$\frac{600}{x} \text{ 天,实际用 } \frac{600}{x-20} \text{ 天,所以完成这$$

项任务实际比原计划多用

$$\left(\frac{600}{x-20} - \frac{600}{x}\right) \text{ 天.}$$

第2课时 分式的基本性质

【高效课堂】

[例1]思路探究:0.3 1 0.02 -0.5

$$50 \quad 50 \quad \frac{1}{3} \quad -\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad 12$$

12

$$\text{解: (1)} \frac{0.3x+y}{0.02x-0.5y}$$

$$= \frac{50 \times (0.3x + y)}{50 \times (0.02x - 0.5y)} = \frac{15x + 50y}{x - 25y}.$$

$$(2) \frac{\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y}{\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y} = \frac{12 \times \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y \right)}{12 \times \left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y \right)} \\ = \frac{4x - 3y}{6x + 8y}.$$

[针对训练] 1. 解: (1) $\frac{0.01x + 0.02y}{0.01x - 0.02y} =$

$$\frac{100(0.01x + 0.02y)}{100(0.01x - 0.02y)} = \frac{x + 2y}{x - 2y}.$$

$$(2) \frac{x + \frac{y}{3}}{\frac{1}{4}x - y} = \frac{12 \left(x + \frac{y}{3} \right)}{12 \left(\frac{1}{4}x - y \right)} = \frac{12x + 4y}{3x - 12y}.$$

[例 2] 思路探究: (1) $(x+4)(x-4)$

$$(2) x-4 \quad (3) x+4$$

解: $\frac{x^2 - 16}{x - 4} = \frac{(x+4)(x-4)}{x - 4} = x + 4.$

[针对训练] 2. 解: $\frac{xy - 2y}{x^2 - 4x + 4} = \frac{y(x-2)}{(x-2)^2} =$

$$\frac{y}{x-2}.$$

[例 3] 思路探究: (1) $(a+b)(a-b)$

$$(2) a(a+b) \quad (3) a(a+b)(a-b)$$

解: $\frac{1}{a^2 - b^2} = \frac{1}{(a+b)(a-b)} =$

$$\frac{a}{a(a+b)(a-b)},$$

$$\frac{1}{a^2 + ab} = \frac{1}{a(a+b)} = \frac{a-b}{a(a+b)(a-b)}.$$

[针对训练] 3. 解: $2x^2 + 2x = 2x(x+1),$

$$x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2.$$

故最简公分母是 $2x(x+1)^2.$

所以 $\frac{1}{2x^2 + 2x} = \frac{1}{2x(x+1)} = \frac{x+1}{2x(x+1)^2},$

$$\frac{-1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{-1}{(x+1)^2} = \frac{-2x}{2x(x+1)^2}.$$

[增效作业]

1. B 2. C 3. D 4. $2a(a-1)^2$ 5. ± 5

6. 解: (1) 原式 = $\frac{4d^3}{5c^2}.$

$$(2) \text{原式} = \frac{(x+3)^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+3}{x-3}.$$

7. 解: (1) 因为 $x^2 - x = x(x-1),$

所以最简公分母是 $2x(x+1)(x-1).$

$$\frac{x}{2(x+1)} = \frac{x^2(x-1)}{2x(x+1)(x-1)},$$

$$\frac{1}{x^2 - x} = \frac{2(x+1)}{2x(x+1)(x-1)}.$$

$$(2) \text{因为 } a^2 - 4a + 4 = (a-2)^2,$$

$$a^2 - 4 = (a+2)(a-2),$$

$$2a + 4 = 2(a+2),$$

所以最简公分母是 $2(a-2)^2(a+2).$

$$\frac{1}{a^2 - 4a + 4} = \frac{1}{(a-2)^2}$$

$$= \frac{2(a+2)}{(a-2)^2 \cdot 2(a+2)}$$

$$= \frac{2(a+2)}{2(a-2)^2(a+2)},$$

$$\frac{a}{a^2 - 4} = \frac{a}{(a+2)(a-2)}$$

$$= \frac{a \cdot 2(a-2)}{(a+2)(a-2) \cdot 2(a-2)}$$

$$= \frac{2a(a-2)}{2(a-2)^2(a+2)},$$

$$\frac{1}{2a+4} = \frac{1}{2(a+2)} = \frac{1 \cdot (a-2)^2}{2(a+2) \cdot (a-2)^2}$$

$$= \frac{(a-2)^2}{2(a-2)^2(a+2)}.$$

8. 解: (1) 原式 = $\frac{x-2y}{(x+2y)(x-2y)} =$

$$\frac{1}{x+2y}.$$

当 $x = \frac{3}{5}, y = -\frac{5}{3}$ 时,

$$\text{原式} = \frac{1}{\frac{3}{5} + 2 \times \left(-\frac{5}{3} \right)} = \frac{1}{-\frac{41}{15}} =$$

$$-\frac{15}{41}.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{x(3x-y)}{(3x-y)^2} = \frac{x}{3x-y}.$$

当 $x = -8, y = \frac{1}{2}$ 时,

$$\text{原式} = \frac{-8}{3 \times (-8) - \frac{1}{2}} = \frac{-8}{-24 - \frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{16}{49}.$$

$$(3) \text{原式} = \frac{-x(x-2y)}{3y(2y-x)} = \frac{x(2y-x)}{3y(2y-x)}$$

$$= \frac{x}{3y}.$$

当 $x = 2, y = 3$ 时, 原式 = $\frac{2}{3 \times 3} = \frac{2}{9}.$

$$9. \text{解: (1)} \frac{\frac{3}{5}x^2 - 0.1x - 3}{1 - \frac{1}{2}x + 0.5x^2}$$

$$= \frac{10 \times \left(\frac{3}{5}x^2 - 0.1x - 3 \right)}{10 \times \left(1 - \frac{1}{2}x + 0.5x^2 \right)}$$

$$= \frac{6x^2 - x - 30}{10 - 5x + 5x^2}.$$

$$(2) \frac{35xy}{-2a^2} = \frac{35xy}{2a^2}.$$

$$(3) \frac{-5 + 6x + 7x^2}{-2 + 4x - 3x^2} = \frac{7x^2 + 6x - 5}{-3x^2 + 4x - 2}$$

$$= \frac{7x^2 + 6x - 5}{-(3x^2 - 4x + 2)}$$

$$= -\frac{7x^2 + 6x - 5}{3x^2 - 4x + 2}.$$

10. 解: (1) 因为 $\frac{a}{b} = -2$, 所以 $a = -2b.$

$$\text{所以 } \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - 6ab + 9b^2} = \frac{(a-b)^2}{(a-3b)^2}$$

$$= \frac{(-2b-b)^2}{(-2b-3b)^2} = \frac{9b^2}{25b^2} = \frac{9}{25}.$$

(2) 方法 1: 因为 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3,$

$$\text{所以 } \frac{y-x}{xy} = 3.$$

$$\text{所以 } x-y = -3xy.$$

$$\text{所以 } \frac{5x+3xy-5y}{x-2xy-y} = \frac{5(x-y)+3xy}{(x-y)-2xy}$$

$$= \frac{5(-3xy)+3xy}{-3xy-2xy} = \frac{-12xy}{-5xy} = \frac{12}{5}.$$

方法 2: 因为 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3,$

$$\text{所以 } \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = -3.$$

$$\text{所以 } \frac{5x+3xy-5y}{x-2xy-y} = \frac{\frac{5}{y} + 3 - \frac{5}{x}}{\frac{1}{y} - 2 - \frac{1}{x}} =$$

$$5 \left(\frac{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}} \right) + 3 = \frac{5 \times (-3) + 3}{-3 - 2} = \frac{-12}{-5} = \frac{12}{5}.$$

(3) 因为 $x^2 - 5x + 1 = 0$, 所以 $x \neq 0.$

等式的两边同除以 $x,$

$$\text{得 } x - 5 + \frac{1}{x} = 0, \text{ 即 } x + \frac{1}{x} = 5.$$

$$\text{所以 } \frac{x^4 + 1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} -$$

$$2 = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 = 23.$$

15.2 分式的运算

第 1 课时 分式的乘除

[高效课堂]

[例 1] 思路探究: (1) 单项 $8y \quad 3x^2 \quad 9x$
16y 最简分式

(2) ① 因式分解 ② $(a+2)(a-2)$

③ $(a+2)^2$ ④ $(a-2)^2$

解: (1) $\frac{8y}{9x} \cdot \frac{3x^2}{16y} = \frac{8y \cdot 3x^2}{9x \cdot 16y} = \frac{x}{6}.$

$$(2) \frac{a^2 - 4}{a^2 + 4a + 4} \cdot \frac{2a}{a^2 - 4a + 4}$$

$$= \frac{(a+2)(a-2)}{(a+2)^2} \cdot \frac{2a}{(a-2)^2}$$

$$= \frac{(a+2)(a-2) \cdot 2a}{(a+2)^2 \cdot (a-2)^2}$$

$$= \frac{2a}{(a+2)(a-2)}.$$

[针对训练] 1. 解: (1) 原式 = $-\frac{3xy^2}{4z^2} \cdot \frac{6z^2}{y}$

$$= -\frac{3xy^2 \cdot 6z^2}{4z^2 \cdot y} = -\frac{9xy}{2}.$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{原式} &= \frac{a-1}{(a-2)^2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{2(a-1)} \\
 &= \frac{(a-1)(a+2)(a-2)}{2(a-2)^2(a-1)} \\
 &= \frac{a+2}{2(a-2)} \\
 &= \frac{a+2}{2a-4}.
 \end{aligned}$$

[例 2]思路探究:(1)分式的乘法运算.

$$\begin{aligned}
 (2) \frac{x^2-6x+9}{x^2-9} &= \frac{(x-3)^2}{(x+3)(x-3)}, \\
 (3) \frac{6-2x}{x^2+3x} &= \frac{-2x+6}{x(x+3)} = \frac{-2(x-3)}{x(x+3)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } \frac{x^2-6x+9}{x^2-9} &\div \frac{6-2x}{x^2+3x} \\
 &= \frac{(x-3)^2}{(x+3)(x-3)} \div \frac{-2(x-3)}{x(x+3)} \\
 &= \frac{(x-3)^2}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{x(x+3)}{-2(x-3)} \\
 &= -\frac{x}{2}.
 \end{aligned}$$

[针对训练]2.解:原式 = $\frac{(a+2)(a-2)}{(a+3)^2}$.

$$\frac{2(a+3)}{a-2} = \frac{2(a+2)}{a+3}.$$

当 $a = -5$ 时,

$$\text{原式} = \frac{2 \times (-5+2)}{-5+3} = \frac{-6}{-2} = 3.$$

[例 3]思路探究:(1)分式的符号是“一”.
它的 3 次方后的符号是“一”.

$$(2) (2a^2b^4)^3 = 8a^6b^{12}.$$

$$(3) (5c^3)^3 = 125c^9.$$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } \left(-\frac{2a^2b^4}{5c^3}\right)^3 &= -\frac{(2a^2b^4)^3}{(5c^3)^3} \\
 &= -\frac{8a^6b^{12}}{125c^9}.
 \end{aligned}$$

[针对训练]3. x^4y

[例 4]思路探究:(1)乘方 乘除

(2)从左到右

$$(3) (a-1)^2 \cdot a(a-2) \cdot \frac{(a-1)^2}{a(a-2)}$$

$$(4) \frac{1}{a-1} \cdot \frac{(2-a)^2}{(a-1)^2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } \frac{a^2-2a+1}{a^2-2a} &\div (a-1) \cdot \left(\frac{2-a}{a-1}\right)^2 \\
 &= \frac{(a-1)^2}{a(a-2)} \cdot \frac{1}{a-1} \cdot \frac{(2-a)^2}{(a-1)^2} \\
 &= \frac{(a-1)^2}{a(a-2)} \cdot \frac{1}{a-1} \cdot \frac{(a-2)^2}{(a-1)^2} \\
 &= \frac{a-2}{a(a-1)} \\
 &= \frac{a-2}{a^2-a}.
 \end{aligned}$$

因为 $\frac{a+1}{a} = 0$, 得 $a+1=0$,

所以 $a = -1$.

$$\text{所以原式} = \frac{a-2}{a^2-a} = \frac{-1-2}{1-(-1)} = -\frac{3}{2}.$$

$$[\text{针对训练}]4. \text{解: } \frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2} \div \frac{1}{x-y} =$$

$$\frac{2x+y}{(x-y)^2} \cdot (x-y) = \frac{2x+y}{x-y}.$$

因为 $x-3y=0$,

所以 $x=3y$.

$$\text{所以原式} = \frac{2x+y}{x-y} = \frac{2 \times 3y+y}{3y-y} = \frac{7y}{2y} = \frac{7}{2}.$$

【增效作业】

$$1.D \quad 2.B \quad 3.b \quad 4.xy \quad 5. \frac{(x-1)^2}{x}$$

$$\begin{aligned}
 6. \text{解: } \frac{81-a^2}{a^2+6a+9} &\div \frac{9-a}{2a+6} \cdot \frac{1}{a+9} = \\
 &= \frac{(9+a)(9-a)}{(a+3)^2} \cdot \frac{2(a+3)}{9-a} \cdot \frac{1}{a+9} = \\
 &= \frac{2}{a+3}.
 \end{aligned}$$

$$\text{当 } a=3 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{a+3} = \frac{2}{3+3} = \frac{1}{3}.$$

7.D

$$\begin{aligned}
 8. \text{解: } \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} &\div \frac{x-1}{x^2+x} - x \\
 &= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x(x+1)}{x-1} - x \\
 &= x-x=0.
 \end{aligned}$$

因为该式子化简后的结果与 x 无关, 所以小明把 $x=2019$ 错抄成 $x=2009$, 结果仍正确.

第 2 课时 分式的加减

【高效课堂】

[例 1]思路探究:相反数

$$\begin{aligned}
 \text{解: } \frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a} &= \frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1} = \frac{a^2-1}{a-1} = \\
 &= \frac{(a+1)(a-1)}{a-1} = a+1.
 \end{aligned}$$

$$[\text{针对训练}]1. \text{解: } \frac{x^2}{x-5} + \frac{25}{5-x}$$

$$= \frac{x^2}{x-5} - \frac{25}{x-5}$$

$$= \frac{x^2-25}{x-5}$$

$$= \frac{(x+5)(x-5)}{x-5}$$

$$= x+5.$$

当 $x=2$ 时, 原式 $= 2+5=7$.

[例 2]思路探究:

$$(1) 4x^2-9 = (2x+3)(2x-3).$$

$$(2) (2x+3)(2x-3).$$

$$(3) \frac{3}{3-2x} \text{ 的分子、分母同乘 } -(2x+3)$$

$$\text{可得 } -\frac{3(2x+3)}{(2x+3)(2x-3)}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } \frac{2x+5}{4x^2-9} + \frac{3}{3-2x} &= \frac{2x+5}{4x^2-9} - \frac{3}{2x-3} = \\
 &= \frac{2x+5}{(2x+3)(2x-3)} - \frac{3(2x+3)}{(2x-3)(2x+3)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2x+5-(6x+9)}{(2x+3)(2x-3)} \\
 &= \frac{2x+5-6x-9}{(2x+3)(2x-3)} \\
 &= \frac{-4x-4}{4x^2-9}.
 \end{aligned}$$

$$[\text{针对训练}]2. \text{解: } \frac{x^2-1}{x^2+2x+1} + \frac{2}{x+1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1} \\
 &= \frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{2(x+1)}{(x+1)^2} \\
 &= \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2} = 1.
 \end{aligned}$$

[例 3]思路探究:(1)乘方 乘除 加减
解:方法 1:

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \frac{x(x+1)-(x-1)}{(x+1)(x-1)} \cdot (x^2-1) \\
 &= \frac{x^2+x-x+1}{(x+1)(x-1)} \cdot (x+1)(x-1) \\
 &= x^2+1.
 \end{aligned}$$

由分母不能为 0, 知 x 不能取 ± 1 ,
故 $x=0$.

所以原式 $= x^2+1=1$.

$$\text{方法 2: 原式} = \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) \cdot (x^2-1)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) (x+1)(x-1) = \\
 &= \frac{x}{x-1} \cdot (x+1)(x-1) - \frac{1}{x+1} \cdot (x+1)(x-1) = x(x+1) - (x-1) = x^2+x-x+1 = x^2+1.
 \end{aligned}$$

由分母不能为 0, 知 x 不能取 ± 1 , 故 $x=0$. 所以原式 $= x^2+1=1$.

$$\begin{aligned}
 [\text{针对训练}]3. \text{解: } 1 - \frac{a-1}{a} &\div \frac{a^2-1}{a^2+2a} = \\
 1 - \frac{a-1}{a} \cdot \frac{a(a+2)}{(a+1)(a-1)} &= 1 - \frac{a+2}{a+1} = \\
 \frac{a+1-a-2}{a+1} &= \frac{-1}{a+1} = -\frac{1}{a+1}.
 \end{aligned}$$

当 $a=2$ 时, 原式 $= -\frac{1}{a+1} = -\frac{1}{3}$. (答案不唯一, 与 a 所取的值有关)

【增效作业】

$$1.D \quad 2.A \quad 3.x^2 \quad 4. -\frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned}
 5. \text{解: } \frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} - 1 &= \\
 &= \frac{x(x+2)}{(x-1)(x+2)} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} - \\
 &= \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+2)} \\
 &= \frac{x^2+2x-3-(x^2+x-2)}{(x-1)(x+2)} \\
 &= \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{x+2}.
 \end{aligned}$$

要使 $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} - 1$ 有意

义,需满足 $x-1 \neq 0$, 且 $x+2 \neq 0$, 解得 $x \neq 1$, 且 $x \neq -2$.

所以 x 的取值范围是 $x \neq -2$, 且 $x \neq 1$.

6.D

7.解:(1)原式 $= \frac{x^2-4}{x+2} \div \frac{x-2}{x}$

$$= \frac{x^2-4}{x+2} \cdot \frac{x}{x-2}$$

$$= \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} \cdot \frac{x}{x-2} = x.$$

(2)原式 $= \frac{x-y}{x+3y} \cdot \frac{(x+3y)^2}{(x+y)(x-y)} - \frac{2y}{x+y}$

$$= \frac{x+3y}{x+y} - \frac{2y}{x+y} = \frac{x+3y-2y}{x+y}$$

$$= \frac{x+y}{x+y} = 1.$$

(3)原式 $= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4}$

$$= \frac{4}{1-x^4} + \frac{4}{1+x^4} = \frac{8}{1-x^8}.$$

8.解:(1) $\frac{1}{6} - \frac{1}{7}$

(2) $\frac{1}{m(m+1)} = \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}.$

理由如下:

$$\text{右边} = \frac{m+1}{m(m+1)} - \frac{m}{m(m+1)} = \frac{1}{m(m+1)}$$

左边.

(3) 原式 $= \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} - \frac{2}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} = 0.$

第3课时 整数指数幂

【高效课堂】

【例1】思路探究:乘法 积的乘方 相乘

解:(1)不正确,改正:

$$\left(\frac{a^{-3}}{b^{-2}}\right)^4 = \frac{a^{-12}}{b^{-8}} = \frac{b^8}{a^{12}}.$$

(2)不正确,改正: $\frac{a^{-2}b^{-3}}{a^{-3}b^{-2}} = a^{-2} \cdot a^3 \cdot$

$$b^{-3} \cdot b^2 = ab^{-1} = \frac{a}{b}.$$

(3)不正确,改正:

$$(-2a^{-3}b^2c^{-2})^2 = 4a^{-6}b^4c^{-4} = \frac{4b^4}{a^6c^4}.$$

(4)正确.

【针对训练】1.D

【例2】思路探究:(1)10亿 $= 1\,000\,000\,000 = 1 \times 10^9$.

(2) $\frac{900}{1\,000\,000\,000} \text{ mm}^2.$

(3) $10^3 \cdot 10^6$

解: $\frac{900}{1\,000\,000\,000} = \frac{9 \times 10^2}{1 \times 10^9} = 9 \times 10^{2-9} = 9 \times 10^{-7} (\text{mm}^2).$

$$\frac{9 \times 10^{-7}}{10^6} = 9 \times 10^{-7-6} = 9 \times 10^{-13} (\text{m}^2).$$

答:每一个这样的元件约占 $9 \times 10^{-7} \text{ mm}^2$, 约占 $9 \times 10^{-13} \text{ m}^2$.

【针对训练】2.B

【增效作业】

1.D 2.B 3.16

4.解:(1) $(m^3n)^{-2} \cdot (2m^{-2}n^{-3})^{-2} = m^{-6}n^{-2} \cdot 2^{-2}m^4n^6 = 2^{-2}m^{-2}n^4 = \frac{n^4}{4m^2}.$

(2) $(4x^2yz^{-1})^2 \cdot (2xyz)^{-4} = 16x^4y^2z^{-2} \cdot 2^{-4}x^{-4}y^{-4}z^{-4} = \frac{16}{2^4}x^0y^{-2}z^{-6} = \frac{1}{y^2z^6}.$

5.解:(1) $0.2^3 = 0.008 = 8 \times 10^{-3} (\text{m}^3).$

答:这个正方体木块的体积为 $8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

(2) $\frac{(2 \times 10^{-1})^3}{(2 \times 10^{-2})^3} = \frac{8 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-6}} = 10^{-3-(-6)} = 10^3 = 1\,000 (\text{枚}).$

答:需要1 000枚这样的正方体骰子才能摆成一个边长为0.2 m的大正方体.

6.A

7.解: $\left(\frac{a^{-2}b^m}{a^mb^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\frac{a^2b^3}{a^{-1}b^{-2}}\right)^m = (a^{-2-m} \cdot b^{m+3})^3 \cdot (a^3b^5)^m = (a^{-6-3m}b^{3m+9})(a^{3m} \cdot b^{5m}) = a^{-6}b^{8m+9} = \frac{b^{8m+9}}{a^6}.$

8.解:方法1:因为 $(x+x^{-1})^2 = x^2 + x^{-2} + 2 = 9$,

$$\text{所以 } x^2 + x^{-2} = 7.$$

$$\text{所以 } x^3 + x^{-3} = (x+x^{-1})(x^2+x^{-2}) - (x+x^{-1}) = 3 \times 7 - 3 = 18.$$

$$\text{所以 } x^5 + x^{-5} = (x^2+x^{-2})(x^3+x^{-3}) - (x+x^{-1}) = 7 \times 18 - 3 = 123.$$

$$\text{方法2:因为 } (x+x^{-1})^2 = x^2 + x^{-2} + 2 = 9,$$

$$\text{所以 } x^2 + x^{-2} = 7.$$

$$\text{所以 } x^3 + x^{-3} = (x+x^{-1})(x^2+x^{-2}) - (x+x^{-1}) = 18.$$

$$\text{所以 } x^4 + x^{-4} = (x^2+x^{-2})^2 - 2 = 49 - 2 = 47.$$

$$\text{所以 } x^5 + x^{-5} = (x+x^{-1})(x^4+x^{-4}) - (x^3+x^{-3}) = 3 \times 47 - 18 = 123.$$

15.3 分式方程

第1课时 分式方程及其解法

【高效课堂】

【例1】思路探究:(1) $x(x+3).$

(2) $2(x+3) + x^2 = x(x+3).$

(3) $x=6.$ (4) 检验,即把所得的解代入最简公分母,如果最简公分母的值不为0,则整式方程的解是原分式方程的解;否则,这个解不是原分式方程的解.

解:方程两边都乘 $x(x+3)$, 得 $2(x+3) + x^2 = x(x+3).$

解得 $x=6.$

检验:当 $x=6$ 时, $x(x+3) = 6 \times (6+$

$3) \neq 0.$

所以原分式方程的解为 $x=6.$

【针对训练】1.解:方程两边都乘 $(x-7)$, 得 $x-8+1=8(x-7)$, 解得 $x=7.$

检验:当 $x=7$ 时, $x-7=7-7=0.$

因此 $x=7$ 不是原分式方程的解.

所以原分式方程无解.

【例2】思路探究:(1)能.

(4)原分式方程要有意义(或分母不能为0).

解:方程两边都乘 $(x-1)$,

$$\text{得 } x+k=2(x-1).$$

整理,得 $x=k+2.$

因为 $x < 0$, 所以 $k+2 < 0.$

所以 $k < -2.$

又因为当 $x < 0$ 时, $x-1 < 0$, 原分式方程有意义,

所以 k 的取值范围是 $k < -2.$

【针对训练】2. $k < 2$, 且 $k \neq 1$

【增效作业】

1.B 2.D 3. $x=-9$ 4. -2

5.解:原方程可化为 $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x-1} = 2.$

方程两边乘 $(x-1)$,

$$\text{得 } x-2=2(x-1).$$

解得 $x=0.$

检验:当 $x=0$ 时, $x-1 \neq 0.$

所以原分式方程的解为 $x=0.$

6.D

7.解:(1)方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$, 得 $4(x-1)+5(x+1)=10.$

整理,得 $9x=9$, 即 $x=1.$

检验:当 $x=1$ 时, $(x+1)(x-1)=0$, 因此, $x=1$ 不是原分式方程的解.

所以原分式方程无解.

(2)方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$,

$$\text{得 } 2=-(x+1), \text{ 解得 } x=-3.$$

检验:当 $x=-3$ 时, $(x+1)(x-1) \neq 0.$

所以原分式方程的解是 $x=-3.$

8.解:(1)猜想 $x_1=C, x_2=\frac{m}{C}.$

验证:当 $x=C$ 时,

$$\text{左边} = C + \frac{m}{C} = \text{右边};$$

$$\text{当 } x = \frac{m}{C} \text{ 时,}$$

$$\text{左边} = \frac{m}{C} + \frac{m}{\frac{m}{C}} = C + \frac{m}{C} = \text{右边},$$

所以 $x_1=C, x_2=\frac{m}{C}$ 是原方程的解.

(2) 因为 $x + \frac{2}{x-1} = a + \frac{2}{a-1},$

$$\text{所以 } x-1 + \frac{2}{x-1} = a-1 + \frac{2}{a-1}.$$

$$\text{所以 } x-1 = a-1 \text{ 或 } x-1 = \frac{2}{a-1},$$

$$\text{即 } x_1 = a, x_2 = \frac{a+1}{a-1}.$$

第2课时 实际问题与分式方程

【高效课堂】

[例1]思路探究:(1)计划完成时间—实际完成时间=3 h.

$$(2) \frac{180}{6x}, (3) \frac{180}{(6+2)x}.$$

$$(4) \frac{180}{6x} - \frac{180}{(6+2)x} = 3.$$

解:设每人每小时的绿化面积是 $x \text{ m}^2$.

$$\text{由题意,得 } \frac{180}{6x} - \frac{180}{(6+2)x} = 3.$$

解得 $x = 2.5$.

经检验, $x = 2.5$ 是原方程的解,且符合题意.

答:每人每小时的绿化面积是 2.5 m^2 .

[针对训练]1.解:设乙队单独完成工程需 x 天,则甲队单独完成需 $\frac{2}{3}x$ 天.

$$\text{由题意,得 } \frac{1}{x} + 2\left(\frac{3}{2x} + \frac{1}{x}\right) = 1,$$

$$\text{即 } \frac{1}{x} + \frac{3}{x} + \frac{2}{x} = 1. \text{ 解得 } x = 6.$$

经检验, $x = 6$ 是所列方程的解.

$$\text{所以当 } x = 6 \text{ 时, } \frac{2}{3}x = \frac{2}{3} \times 6 = 4.$$

答:甲、乙两队单独完成分别需要 4 天和 6 天.

[例2]思路探究:(1) $3x \text{ m/min}$.

$$(2) \frac{2100}{x} \text{ min}, (3) \frac{2100}{3x} \text{ min}.$$

(4)李明步行回家所用时间=李明骑自行车到校所用时间+20 min.

解:(1)设李明步行速度为 $x \text{ m/min}$,则骑自行车的速度为 $3x \text{ m/min}$.

$$\text{根据题意,得 } \frac{2100}{x} = \frac{2100}{3x} + 20.$$

解得 $x = 70$.

经检验, $x = 70$ 是原方程的解.

答:李明步行的速度是 70 m/min .

$$(2) \text{根据题意,得 } \frac{2100}{70} + \frac{2100}{3 \times 70} + 1 = 41 < 42.$$

所以李明能在联欢会开始前赶到学校.

[针对训练]2.解:设小丽所乘汽车返回时的平均速度是 $x \text{ km/h}$.

$$\text{根据题意,得 } \frac{84}{1.2x} - \frac{45}{x} = \frac{20}{60}.$$

解得 $x = 75$.

经检验, $x = 75$ 是原方程的解.

答:小丽所乘汽车返回时的平均速度是

75 km/h .

【增效作业】

$$1.A \quad 2. \frac{120}{x} + \frac{300-120}{x(1+20\%)} = 30 \quad 3.12$$

4.解:设新购买的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费为 x 元,则原来的燃油汽车每行驶 1 千米所需的油费为 $(x+0.54)$ 元.

$$\text{根据题意,得 } \frac{108}{x+0.54} = \frac{27}{x},$$

解得 $x = 0.18$.

经检验, $x = 0.18$ 是原方程的解.

答:新购买的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费为 0.18 元.

5.解:设这台空调的进价是 x 元.

$$\text{由题意,得 } \frac{4500-x}{x} \times 100\% = 50\%.$$

解得 $x = 3000$.

经检验, $x = 3000$ 是原方程的解.

$$\text{若打八折销售,利润率为 } \frac{4500 \times 80\% - 3000}{3000} \times 100\% = 20\%.$$

答:这台空调的进价是 3 000 元.若打八折销售,利润率是 20%.

6.B

7.解:问题 1:求两个班人均捐款各是多少元.

设一班人均捐款 x 元,则二班人均捐款 $(x+4)$ 元.

$$\text{根据题意,得 } \frac{1800}{x} \cdot 90\% = \frac{1800}{x+4}.$$

解得 $x = 36$.经检验, $x = 36$ 是原方程的解,且符合题意.

所以 $x+4 = 40$.

答:一班人均捐款 36 元,二班人均捐款 40 元.

问题 2:求两个班各有多少人.

设一班有 x 人,则二班有 $90\%x$ 人.

$$\text{根据题意,得 } \frac{1800}{x} + 4 = \frac{1800}{90\%x}.$$

解得 $x = 50$.经检验, $x = 50$ 是原方程的解,且符合题意.

所以 $90\%x = 45$.

答:一班有 50 人,二班有 45 人.

8.解:(1)设该种纪念品 4 月份的销售价格为 x 元.

$$\text{根据题意,得 } \frac{2000}{x} = \frac{2000+700}{0.9x} - 20.$$

解得 $x = 50$.

经检验, $x = 50$ 是所列方程的解.

答:该种纪念品 4 月份的销售价格是

50 元.

$$(2) \text{由(1),知 4 月份销售件数为 } \frac{2000}{50} =$$

$$40, \text{ 所以 4 月份每件盈利 } \frac{800}{40} = 20(\text{元}).$$

5 月份销售件数为 $40+20=60$,且每件售价为 $50 \times 0.9 = 45(\text{元})$,每件比 4 月份少盈利 5 元,为 15 元,所以 5 月份销售这种纪念品获利 $60 \times 15 = 900(\text{元})$.

答:5 月份销售这种纪念品获利 900 元.

本章整合提升

【专题归纳】

1.解:(1)因为当 $(x-5)(x+1) \neq 0$ 时,分式有意义,所以当 $x \neq 5$,且 $x \neq -1$ 时,分式有意义.

(2)因为 $|x|-1=0$,且 $(x-5)(x+1) \neq 0$ 时,分式的值为 0,所以当 $x=1$ 时,分式的值为 0.

2.(1)D

$$(2) \text{解:原式} = \frac{2b}{(a+b)(a-b)} +$$

$$\frac{a-b}{(a+b)(a-b)} = \frac{a+b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a-b}.$$

$$\text{当 } a=3, b=1 \text{ 时,原式} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}.$$

3.解:方程两边同乘 $(x-1)$,

$$\text{得 } -3 = x - 5(x-1).$$

解得 $x = 2$.

检验:当 $x = 2$ 时, $x-1 \neq 0$.

所以原分式方程的解为 $x = 2$.

4.解:(1)消费金额为 $1000 \times 80\% = 800(\text{元})$,

优惠额为 $1000 \times (1-80\%) + 130 = 330(\text{元})$,

优惠率为 $330 \div 1000 = 0.33$.

(2)设购买标价为 x 元的商品可以得到 $\frac{1}{3}$ 的优惠率.

①当 $400 \leq 0.8x < 500$,

即 $500 \leq x < 625$ 时,

$$\text{有 } \frac{0.2x+60}{x} = \frac{1}{3},$$

解得 $x = 450$ (不合题意,舍去);

②当 $500 \leq 0.8x \leq 640$,

即 $625 \leq x \leq 800$ 时,

$$\text{有 } \frac{0.2x+100}{x} = \frac{1}{3},$$

解得 $x = 750$ (符合题意).

答:购买标价为 750 元的商品,可以得到

$\frac{1}{3}$ 的优惠率.

期中测试卷(一)

1.B 解析:选项 A, $2+3=5$, 不能组成三角形;选项 C, $1+1<3$, 不能组成三角形;选项 D, $3+4<8$, 不能组成三角形.

2.C 解析:设第三边长为 x , 则由三角形三边关系, 得 $5-2<x<5+2$, 即 $3<x<7$, 各选项给出的数中, 只有 5 在此范围内, 故应选 C.

3.C 解析:当以 3 cm 为腰长时, 因为 $3+3>5>3-3$, 所以能组成三角形, 故它的周长为 $3+3+5=11(\text{cm})$;

当以 5 cm 为腰长时, 因为 $3+5>5>5-3$, 所以也能组成三角形, 故它的周长为 $3+5+5=13(\text{cm})$.

综上所述, 这个等腰三角形的周长为 11 cm 或 13 cm.

4.A

5.C 解析:三角形的一条中线可以把三角形分成两个面积相等的三角形.

6.B 解析:因为四边形的内角和等于 a ,

所以 $a=(4-2)\times 180^\circ=360^\circ$.

因为五边形的外角和等于 b , 所以 $b=360^\circ$,

所以 $a=b$, 故选 B.

7.A 解析:在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=180^\circ-(\angle C+\angle ABC)=62^\circ$.

因为 AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, 所以 $\angle 1=\frac{1}{2}\angle BAC=31^\circ$. 因

为 BE 为 $\triangle ABC$ 的高, 且 $\angle 3$ 与 $\angle AFE$ 是对顶角, 所以 $\angle 3=\angle AFE=90^\circ-\angle 1=90^\circ-31^\circ=59^\circ$.

8.C 解析:①中, 由 $\angle A+\angle B=\angle C$, $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$, 得 $2\angle C=180^\circ$, 即 $\angle C=90^\circ$, 故此三角形为直角三角形;②中, $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$, 设 $\angle A=x^\circ$, 则 $\angle B=2x^\circ$, $\angle C=3x^\circ$, 由 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$, 得 $x+2x+3x=180$, 解得 $x=30$, 所以 $\angle C=90^\circ$, 故此三角形也是直角三角形;③中, 由 $\angle A=90^\circ-\angle B$, 得 $\angle A+\angle B=90^\circ$, 故 $\angle C=90^\circ$, 从而得出此三角形也是直角三角形;④中, $\angle A=\angle B=\angle C$, 则 $3\angle C=180^\circ$, 故 $\angle C=60^\circ$, 故选 C.

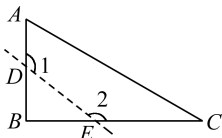
9.C 解析:因为 $\angle A+\angle ACD=90^\circ$, $\angle BCD+\angle ACD=90^\circ$, 所以 $\angle A=\angle BCD$.

10.B 解析:设这个多边形为 n 边形. 由从 n 边形的一个顶点可以引 $(n-3)$ 条对角线, 得 $n-3=5$, 解得 $n=8$. 因此这个多边形的内角和为 $(8-2)\times 180^\circ=1\ 080^\circ$.

11.8 $\triangle EBC, \triangle DBC, \triangle PBC, \triangle ABC \triangle EBP, \triangle DCP$

12.1 $2n-3$ 解析:根据三角形的稳定性, 知只需沿着从多边形的一个顶点出发的对角线钉木条, 便可使该多边形不变形.

13. 270° 解析:如答图 Z1-1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 则 $\angle A+\angle C=90^\circ$. 在四边形 $ADEC$ 中, $\angle 1+\angle 2=360^\circ-(\angle A+\angle C)=270^\circ$.



答图 Z1-1

14. 8 cm 或 6 cm 解析:当以 6 cm 为腰长时, 底边长 $=20-6\times 2=8(\text{cm})$; 当以 6 cm 为底边长时, 也能组成三角形, 故底边长为 8 cm 或 6 cm.

15. 42.5° 77.5° 解析:在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=180^\circ-(\angle A+\angle C)=85^\circ$.

因为 BD 平分 $\angle ABC$,

所以 $\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=42.5^\circ$.

又因为 $DE\parallel BC$,

所以 $\angle BDE=\angle DBC=42.5^\circ$.

在 $\triangle BDC$ 中, $\angle BDC=180^\circ-(\angle C+\angle DBC)=77.5^\circ$.

16. 9 1 260 解析:设这个多边形的边数是 n ,

则 $n\times 40^\circ=360^\circ$. 解得 $n=9$.

这个多边形的内角和为 $(9-2)\times 180^\circ=1\ 260^\circ$.

17. 180° 解析:如答图 Z1-2.

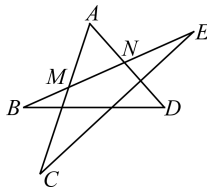
因为 $\angle AME$ 是 $\triangle MCE$ 的一个外角,

所以 $\angle AME=\angle C+\angle E$.

因为 $\angle ANB$ 是 $\triangle BND$ 的一个外角,

所以 $\angle ANB=\angle B+\angle D$.

所以 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=\angle A+\angle AME+\angle ANB=180^\circ$.



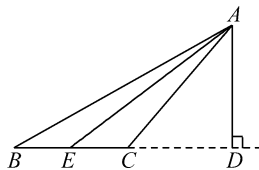
答图 Z1-2

18. 120 解析:由题意, 知小明所走路程为正多边形, 设这个正多边形的边数为 n , 则 $n\cdot 36^\circ=360^\circ$, 解得 $n=10$, 所以他第一次回到出发地 A 点时共走了 $12\times 10=120(\text{m})$.

19. 解:因为 $\angle CAD=30^\circ$, $\angle CBD=45^\circ$,

所以 $\angle ACB=45^\circ-30^\circ=15^\circ$.

20. 解:(1) 如答图 Z1-3.



答图 Z1-3

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle BAD=90^\circ-\angle B=90^\circ-30^\circ=60^\circ$.

因为在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=180^\circ-(\angle B+\angle ACB)=20^\circ$,

所以 $\angle CAD=\angle BAD-\angle BAC=60^\circ-20^\circ=40^\circ$.

21. 解:因为 $\angle 1=\angle B$,

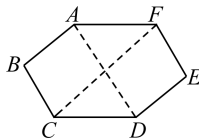
所以 $\angle 2=2\angle 1$.

因为 $\angle 2=\angle C$, 所以 $2\angle 2=180^\circ-\angle DAC$.

所以 $\begin{cases} \angle 1+\angle DAC=63^\circ, \\ 4\angle 1+\angle DAC=180^\circ, \end{cases}$

解得 $\angle DAC=24^\circ$.

22. 解:如答图 Z1-4. 连接 AD, CF .



答图 Z1-4

因为 $AF\parallel CD$,

所以 $\angle AFC=\angle FCD$.

在四边形 $ABCF$ 中,

$\angle BCF+\angle AFC=360^\circ-(\angle BAF+\angle B)=360^\circ-(140^\circ+$

$$100^\circ = 120^\circ,$$

$$\text{所以 } \angle BCD = \angle BCF + \angle FCD = \angle BCF + \angle AFC = 120^\circ.$$

因为 $AB \parallel DE$,

$$\text{所以 } \angle BAD = \angle ADE.$$

$$\text{在四边形 } ABCD \text{ 中, } \angle BAD + \angle ADC = 360^\circ - (\angle B + \angle BCD) = 360^\circ - (100^\circ + 120^\circ) = 140^\circ,$$

$$\text{所以 } \angle CDE = \angle ADE + \angle ADC = \angle BAD + \angle ADC = 140^\circ.$$

$$\text{在六边形 } ABCDEF \text{ 中, } \angle AFE = 720^\circ - (\angle BAF + \angle B + \angle BCD + \angle CDE + \angle E) = 720^\circ - (140^\circ + 100^\circ + 120^\circ + 140^\circ + 90^\circ) = 130^\circ.$$

23. 解: 因为 DB 为 $\triangle ABC$ 的中线, 所以 $AD = CD$.

$$\text{设 } AD = CD = x, \text{ 则 } AB = 2x.$$

分两种情况:

$$\text{当 } x + 2x = 12 \text{ 时, 解得 } x = 4.$$

$$BC + x = 15, BC = 15 - 4 = 11.$$

$$\text{此时 } \triangle ABC \text{ 的边长为 } AB = AC = 8, BC = 11.$$

$$\text{当 } x + 2x = 15 \text{ 时, 解得 } x = 5.$$

$$BC + x = 12, BC = 12 - 5 = 7.$$

$$\text{此时 } \triangle ABC \text{ 的边长为 } AB = AC = 10, BC = 7.$$

24. 解: 设这个内角为 x° . 由题意, 得

$$1 \ 680^\circ + x^\circ = (n-2) \times 180^\circ.$$

所以 $1 \ 680^\circ + x^\circ$ 是 180° 的整数倍.

$$\text{因为 } 1 \ 680^\circ = 180^\circ \times 9 + 60^\circ,$$

$$\text{所以 } x^\circ + 60^\circ = 180^\circ,$$

$$\text{所以 } x^\circ = 120^\circ.$$

$$\text{所以这个多边形的内角和为 } 1 \ 680^\circ + 120^\circ = 1 \ 800^\circ.$$

$$\text{由 } 1 \ 800^\circ = (n-2) \times 180^\circ, \text{ 解得 } n = 12.$$

所以这个内角为 120° . 他求的是十二边形的内角和.

25. 解: ① $\angle \beta = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle \alpha$.

$$\text{② } \angle \beta = \frac{1}{2} \angle \alpha.$$

$$\text{③ } \angle \beta = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle \alpha.$$

若选择①进行证明: 在 $\triangle BPC$ 中,

$$\angle \beta = \angle P = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB)$$

$$= 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle ACB \right)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A)$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle \alpha.$$

若选择②进行证明: 在 $\triangle BPC$ 中,

$$\angle \beta = \angle P = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB)$$

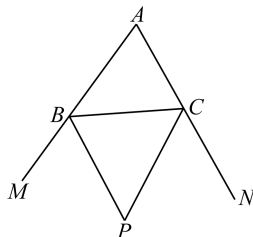
$$= 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle ABC + \angle ACB + \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle ABC \right)$$

$$= 180^\circ - \left[(180^\circ - \angle A) + \frac{1}{2} \angle A \right]$$

$$= 180^\circ - \left(180^\circ - \frac{1}{2} \angle A \right)$$

$$= \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \angle \alpha.$$

若选择③进行证明: 如答图 Z1-5.



答图 Z1-5

在 $\triangle PBC$ 中,

$$\angle \beta = \angle P = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB)$$

$$= 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle CBM + \frac{1}{2} \angle BCN \right)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle ACB + \angle A + \angle ABC + \angle A)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ + \angle A)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2} \angle \alpha.$$

(任选其中一个即可)

期中测试卷(二)

1. B 解析: 因为 AD 的对应边是 BC , 所以 $AD = BC = 5$ cm.

2. A 解析: 因为 $\angle B = \angle C$, 所以 $\angle B, \angle C$ 都不等于 100° . 所以在 $\triangle ABC$ 中与 100° 角对应相等的角是 $\angle A$.

3. B 解析: 选项 A 中, 三条线段不能构成三角形; 选项 B 中, 符合“ASA”; 选项 C 中, $\angle A$ 不是 AB 与 BC 的夹角, 不满足“SAS”; 选项 D 中, 只有两个对应相等的条件, 不满足任何一个三角形全等的判定条件. 综上所述, 应选 B.

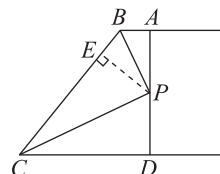
4. D 解析: 由题图, 知公共边 $DH = DH$. 因为 $DE = DF, EH = FH$, 所以 $\triangle DEH \cong \triangle DFH$ (SSS).

5. D 解析: 选项 A, C 中的两个三角形, 对应边不相等, 不全等; 选项 B 中的两个三角形对应角不相等, 不全等; 选项 D 中的两个三角形满足“SAS”, 故选 D.

6. A 解析: 已知一组对应角相等, 图形中有一条公共边, 即已有一边及一角对应相等, 再需要一边或一角相等即可. A 选项与两已知条件构成“SSA”, 不能确定两个三角形全等; B 选项与两已知条件构成“ASA”, 能确定两个三角形全等; C 选项与两已知条件构成“AAS”, 能确定两个三角形全等; D 选项与两已知条件构成“SAS”, 能确定两个三角形全等. 故选 A.

7. B 解析: $\triangle ABD \cong \triangle ACD, \triangle AED \cong \triangle AFD, \triangle EBD \cong \triangle FCD$.

8. C 解析: 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E , 如答图 Z2-1.



答图 Z2-1

因为 $AB \parallel CD, PA \perp AB$, 所以 $PD \perp CD$.

因为 BP 和 CP 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$,

所以 $PA = PE, PD = PE$,

所以 $PE = PA = PD$.

因为 $PA + PD = AD = 8$,

所以 $PA=PD=4$, 所以 $PE=4$.

故选 C.

9.D 解析: 因为 AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , 所以 $DF=DE=2$. 又因为 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}AB \cdot DE + \frac{1}{2}AC \cdot DF$, $AB=4$, 所以 $9 = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times AC \times 2$, 所以 $AC=5$.

10.B 解析: 因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 所以 $BD=CD$.

$$\text{在 } \triangle BDF \text{ 和 } \triangle CDE \text{ 中, } \begin{cases} BD=CD, \\ \angle BDF=\angle CDE, \\ DF=DE, \end{cases}$$

所以 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$, 所以 $CE=BF$, $\angle FBC=\angle ECB$, 所以 $BF \parallel CE$, 故 ①②③ 均正确, 而在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中, 只具备 $BD=CD$, $AD=AD$ 这两个条件, 不能判定 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

11.35° 解析: 因为 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 所以 $\angle C=\angle B=30^\circ$. 所以 $\angle DAC=180^\circ-\angle ADC-\angle C=35^\circ$.

12.2 解析: 由题意, 得 $\triangle AOB \cong \triangle COD$, 所以 $AB=CD=16$ cm. 所以 $2x=20-AB=20-16$, 所以 $x=2$ cm.

13.65° 解析: 根据作法可得 $AB=CD$, $BC=AD$.

又因为 $AC=CA$, 所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$,

故 $\angle ADC=\angle B=65^\circ$.

14. $AD=BC$ (答案不唯一)

解析: 因为在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BAD$ 中,

$$\begin{cases} \angle C=\angle D, \\ \angle CAB=\angle DBA, \\ AB=BA, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ (AAS).

所以 $AD=BC$.

15.3 解析: 因为 $\angle ACB=90^\circ$,

所以 $\angle ECF+\angle BCD=90^\circ$.

因为 $CD \perp AB$,

所以 $\angle BCD+\angle B=90^\circ$.

所以 $\angle ECF=\angle B$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FCE$ 中,

因为 $\angle ECF=\angle B$, $EC=BC$, $\angle ACB=\angle FEC=90^\circ$,

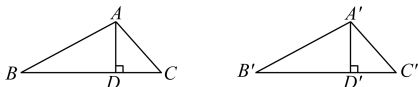
所以 $\triangle ABC \cong \triangle FCE$ (ASA).

所以 $AC=EF$, $BC=CE$.

因为 $BC=2$ cm, $EF=5$ cm,

所以 $AE=AC-CE=5-2=3$ (cm).

16.AAS 解析: 如答图 Z2-2,



答图 Z2-2

因为 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$,

所以 $AB=A'B'$, $\angle B=\angle B'$.

因为 AD 和 $A'D'$ 分别是对应边 BC 和 $B'C'$ 的高,

所以 $\angle ADB=\angle A'D'B'=90^\circ$.

所以 $\triangle ABD \cong \triangle A'B'D'$ (AAS).

17.4 解析: 根据垂线段最短, 当 $DP \perp BC$ 的时候, DP 的长度最小,

因为 $BD \perp CD$, 所以 $\angle BDC=90^\circ$.

又因为 $\angle A=90^\circ$,

所以 $\angle A=\angle BDC$.

因为 $\angle ADB=\angle C$,

所以 $\angle ABD=\angle CBD$.

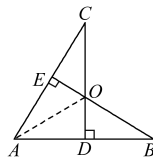
又因为 $DA \perp BA$, $DP \perp BC$,

所以 $AD=DP$.

因为 $AD=4$,

所以 $DP=4$.

18.证明: 如答图 Z2-3, 连接 AO .



答图 Z2-3

因为 AO 平分 $\angle BAC$, $CD \perp AB$, $BE \perp AC$,

所以 $OD=OE$.

在 $\triangle DOB$ 和 $\triangle EOC$ 中,

$\angle DOB=\angle EOC$, $OD=OE$, $\angle ODB=\angle OEC$,

所以 $\triangle DOB \cong \triangle EOC$ (ASA),

所以 $OB=OC$.

19.解: $AD \parallel BC$. 理由如下:

因为 $AC \perp AB$, $AC \perp CD$,

所以 $\angle BAC=\angle DCA=90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle CDA$ 中, $\begin{cases} BC=DA, \\ AC=AC, \end{cases}$

所以 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle CDA$ (HL).

所以 $\angle ACB=\angle CAD$. 所以 $AD \parallel BC$.

20.解: (1) 命题 1: 如果 ①②, 那么 ③;

命题 2: 如果 ①③, 那么 ②.

(2) 命题 1 的证明:

因为 $AE \parallel DF$,

所以 $\angle A=\angle D$.

因为 $AB=CD$,

所以 $AB+BC=CD+BC$, 即 $AC=DB$.

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle DFB$ 中,

因为 $\angle E=\angle F$, $\angle A=\angle D$, $AC=DB$,

所以 $\triangle AEC \cong \triangle DFB$ (AAS).

所以 $CE=BF$.

21.解: (1) 方案 ① 不可行, 缺少证明三角形全等的条件.

方案 ② 可行, 证明如下:

在 $\triangle OPM$ 和 $\triangle OPN$ 中,

$$\begin{cases} OM=ON, \\ PM=PN, \\ OP=OP, \end{cases}$$

所以 $\triangle OPM \cong \triangle OPN$ (SSS).

所以 $\angle AOP=\angle BOP$.

即射线 OP 是 $\angle AOB$ 的平分线.

(2) 当 $\angle AOB$ 是直角时, 此方案可行.

因为 $PM \perp OA$, $PN \perp OB$, 所以 $\angle OMP=\angle ONP=90^\circ$.

因为四边形内角和为 360° , $\angle MPN=90^\circ$,

所以 $\angle AOB=90^\circ$.

因为 $PM \perp OA$, $PN \perp OB$, 且 $PM=PN$,

所以 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线 (到角的两边的距离相等的点在这个角的平分线上).

当 $\angle AOB$ 不为直角时, 此方案不可行.

22.解: (1) 过点 C 作 $\angle NCB=40^\circ$, 交 BM 于点 N , 量出 BN 的长

所以 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ (SSS).



- 111 •

则 $\triangle BEN$ 是等边三角形.

故 $EN=BN=BE=6\text{ cm}$,

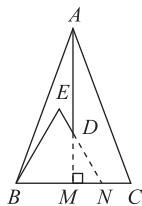
故 $DN=6-2=4(\text{cm})$.

在 $\text{Rt}\triangle DMN$ 中, 因为 $\angle MDN=30^\circ$,

所以 $MN=\frac{1}{2}DN=2\text{ cm}$.

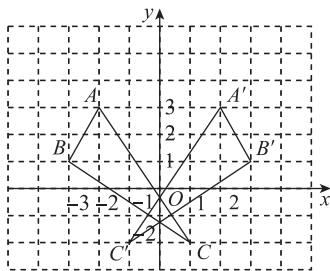
所以 $BM=6-2=4(\text{cm})$,

所以 $BC=2BM=8\text{ cm}$.



答图 Z3-3

19.解: (1) 如答图 Z3-4 所示.

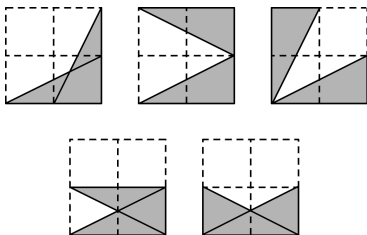


答图 Z3-4

(2) $A'(2, 3)$, $B'(3, 1)$, $C'(-1, -2)$.

20.解: 储运仓库 P 应修建在线段 AB 的垂直平分线与高速公路 a 和 b 夹角的平分线的交点处. 图略.

21.解: 根据轴对称图形的性质, 先确定对称轴所在的直线, 再确定轴对称图形的三个顶点即可. 画图如答图 Z3-5, 任选取其中三个即可.



答图 Z3-5

22.解: 因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形,

所以 $\angle ABC=\angle ACB=60^\circ$, $BA=BC$.

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle BCN$ 中, $\begin{cases} BM=CN, \\ \angle ABM=\angle BCN, \\ AB=BC, \end{cases}$

所以 $\triangle ABM \cong \triangle BCN (\text{SAS})$,

所以 $\angle AMB=\angle BNC$.

因为 $\angle BPM=\angle BNC+\angle PAN=\angle AMB+\angle CAM=\angle ACB$,

所以 $\angle BPM=60^\circ$.

23. (1) 解: 因为 $AB=AC$, 所以 $\angle C=\angle B=30^\circ$.

所以 $\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=120^\circ$.

又因为 $\angle BAD=45^\circ$,

所以 $\angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=120^\circ-45^\circ=75^\circ$.

(2) 证明: 由 (1), 得 $\angle DAC=75^\circ$.

因为 $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=30^\circ+45^\circ=75^\circ$,

所以 $\angle DAC=\angle ADC$.

所以 $DC=AC$.

又因为 $AB=AC$,

所以 $DC=AB$.

24. (1) 证明: 如答图 Z3-6.

因为 $\angle ABC=90^\circ$, $BD \perp EC$,

所以 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互余, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互余.

所以 $\angle 1=\angle 2$.

又因为 $\angle ABC=\angle DAB=90^\circ$,

$BC=AB$, 所以 $\triangle CBE \cong \triangle BAD$.

所以 $BE=AD$.

(2) 证明: 设 AC 与 ED 交于点 M.

因为 E 是 AB 的中点, 所以 $EB=EA$.

由 (1), 知 $AD=BE$, 则 $AE=AD$.

因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle 5=\angle ACB=45^\circ$.

因为 $\angle 4=45^\circ$, 所以 $\angle 4=\angle 5$.

由等腰三角形的性质, 得 $EM=MD$, $AM \perp DE$.

故 AC 是线段 ED 的垂直平分线.

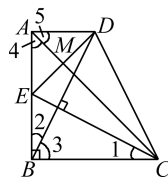
(3) 解: $\triangle DBC$ 是等腰三角形 ($CD=BD$). 理由如下:

由 (2), 得 $CD=CE$,

由 (1), 得 $CE=BD$,

所以 $CD=BD$.

所以 $\triangle DBC$ 是等腰三角形.



答图 Z3-6

期末测试卷(一)

1. D 解析: 因为 $3x^2+4x^2=7x^2$, 所以选项 A 错误; 因为 $2x^3 \cdot 3x^3=6x^6$, 所以选项 B 错误; 因为 $x^6 \div x^3=x^3$, 所以选项 C 错误; 因为 $(x^2)^4=x^{2 \times 4}=x^8$, 所以选项 D 正确.

2. D 解析: $(-2x^2)^2 \cdot (-4x)^3=4x^4 \cdot (-64x^3)=-256x^7$.

3. D 解析: 选项 A、选项 C 是整式的乘法运算, 不是因式分解; 选项 B 中等式的右边从整体上看是和的形式, 也不是因式分解, 只有选项 D 是因式分解.

4. B 解析: 因为 $x^2-x+m=x^2-x+\frac{1}{4}$, 所以 $m=\frac{1}{4}$.

5. D 解析: 因为 $(x+2)^2=x^2+4x+4$, 所以“□”中的数为 4.

6. B 解析: $(x-a)(x^2+ax+a^2)=x^3+ax^2+a^2x-ax^2-a^2x-a^3=x^3-a^3$.

7. B 解析: $x^2-xy+x=x(x-y+1)$, 故选项 A 错误; $a^3-2a^2b+ab^2=a(a^2-2ab+b^2)=a(a-b)^2$, 故选项 B 正确; 选项 C 不是因式分解; 选项 D 中等号左右两边不相等.

8. D 解析: $(x-1)^2-2(x-1)+1=[(x-1)-1]^2=(x-2)^2$.

9. C 解析: $(a-c)^2-b^2=(a-c+b)(a-c-b)=(a+b-c) \cdot (a-c-b)=[(a+b)-c][a-(b+c)]$. 因为 a, b, c 为三角形的三边, 所以 $a+b>c$, $a<b+c$. 所以 $(a+b)-c>0$, $a-(b+c)<0$. 所以 $(a-c)^2-b^2$ 的值小于零, 即为负数.

10. C 解析: 设 $S=1+5+5^2+5^3+\dots+5^{2018}$, 则 $5S=5+5^2+5^3+5^4+\dots+5^{2019}$. 故 $5S-S=5^{2019}-1$, 即 $S=\frac{5^{2019}-1}{4}$.

11. $x(x+3y)(x-3y)$ 解析: $x^3-9xy^2=x(x^2-9y^2)=x[x^2-(3y)^2]=x(x+3y)(x-3y)$.

12. 3 解析: 因为 $m^2-n^2=6$, 所以 $(m+n)(m-n)=6$. 又因为 $m-n=2$, 所以 $m+n=3$.

13. $x \neq 3$ 解析: 任何不为 0 的实数的 0 次幂都是 1.

14. $x^2-2x-\frac{1}{2}$ 解析: $A=[(2x^3-4x^2-1)-(x-1)] \div 2x = x^2-2x-\frac{1}{2}$.

15.3 7 解析:首先要确定“不含 x^3 和 x^2 项”,就是说最后结果中含有 x^3 和 x^2 的项的系数为 0.

$$\begin{aligned}(x^2+mx+n)(x^2-3x+2) \\&=x^4+mx^3+nx^2-3x^3-3mx^2-3nx+2x^2+2mx+2n \\&=x^4+(m-3)x^3+(n-3m+2)x^2+(2m-3n)x+2n.\end{aligned}$$

由题意,得 $\begin{cases} m-3=0, \\ n-3m+2=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=3, \\ n=7. \end{cases}$

16.101030(答案不唯一) 解析: $4x^3-xy^2=x[(2x)^2-y^2]=x(2x-y)(2x+y)$.取 $x=10$, $y=10$,有 $2x-y=10$, $2x+y=30$,于是密码可以为 101030.

17. ± 4 解析:原式可化为 $[2(a+b)+1][2(a+b)-1]=63$,即 $[2(a+b)]^2-1=63$,则 $4(a+b)^2=64$,所以 $(a+b)^2=16$,所以 $a+b=\pm 4$.

18.解:(1)原式 $=27a^6 \cdot 16b^6 \div 36a^2b^2 = 12a^4b^4$.

(2)原式 $=a^2+2ab+b^2-2ab-b^2=a^2$.

19.解:(1)原式 $=9x^2(x-3)$.

(2)原式 $=(x-y)[(x-y)^2-4(x-y)+4]$
 $=(x-y)(x-y-2)^2$.

(3)原式 $=(a^2+1)^2-(2a)^2=(a^2+1+2a)(a^2+1-2a)$
 $=(a+1)^2(a-1)^2$.

(4)原式 $=3(a^2-2a+1)=3(a-1)^2$.

20.解:原式 $=(x^2y^2-4-2x^2y^2+4) \div xy$
 $=-x^2y^2 \div xy = -xy$.

当 $x=10$, $y=-\frac{1}{25}$ 时,原式 $=-10 \times \left(-\frac{1}{25}\right) = \frac{2}{5}$.

21.解: $2(x-1)(x-9)=2(x^2-10x+9)=2x^2-20x+18$.

因为甲同学看错了一次项系数,

所以 $-20x$ 错误, $2x^2, 18$ 正确.

$2(x-2)(x-4)=2(x^2-6x+8)=2x^2-12x+16$.

因为乙同学看错了常数项,

所以 16 错误, $2x^2, -12x$ 正确.

所以原多项式为 $2x^2-12x+18$.

分解因式: $2x^2-12x+18=2(x^2-6x+9)=2(x-3)^2$.

22.解: $\left(\frac{1}{4}a+\frac{1}{5}b\right)\left(\frac{1}{4}a-\frac{1}{5}b\right)-\left(\frac{1}{4}a+\frac{1}{5}b\right)^2$

$$=\frac{1}{16}a^2-\frac{1}{25}b^2-\left(\frac{1}{16}a^2+\frac{1}{10}ab+\frac{1}{25}b^2\right)$$

$$=-\frac{2}{25}b^2-\frac{1}{10}ab.$$

因为 $(2^5)^2=a^2, 4^b=(2^2)^5=4^5$,

所以 $a=\pm 2^5=\pm 32, b=5$.

当 $a=32, b=5$ 时,

$$\text{原式} = -\frac{2}{25} \times 5^2 - \frac{1}{10} \times 32 \times 5 = -2 - 16 = -18;$$

当 $a=-32, b=5$ 时,

$$\text{原式} = -\frac{2}{25} \times 5^2 - \frac{1}{10} \times (-32) \times 5 = -2 + 16 = 14.$$

23.解:(1)四个连续自然数的积与 1 的和是一个完全平方数.

(2) $n(n+1)(n+2)(n+3)+1=[n(n+3)+1]^2$ (n 为正整数).

(3)证明: $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$

$$=[n(n+3)][(n+1)(n+2)]+1$$

$$=(n^2+3n)(n^2+3n+2)+1$$

$$=(n^2+3n)^2+2(n^2+3n)+1$$

$$=(n^2+3n+1)^2$$

$$=[n(n+3)+1]^2.$$

期末测试卷(二)

1.A

2.B 解析:原式 $=\frac{x-1-x}{x(x-1)}=\frac{-1}{x(x-1)}=-\frac{1}{x^2-x}$.

3.C 解析:A 项错误, $\left(\frac{y}{2x^2}\right)^3=\frac{y^3}{8x^6}$; B 项错误, $2x^{-2}=\frac{2}{x^2}$; C 项

正确; D 项错误, $\frac{a^2-b^2}{a-b}=\frac{(a+b)(a-b)}{a-b}=a+b$.

4.A 解析:原式 $=\frac{a-2+4}{a-2} \cdot \frac{a-2}{a}=\frac{a+2}{a}$.

5.C 解析:小明忽视了分数线的括号作用,小亮漏掉了分母,只有小芳的做法正确.

6.C 解析: $(a^{-1}+b^{-1})^{-1}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^{-1}=\left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1}=\frac{ab}{a+b}$.

7.B 解析:原式 $=\frac{m}{m+3}-\frac{6}{(m+3)(m-3)} \cdot \frac{m-3}{2}=\frac{m}{m+3}-\frac{3}{m+3}=\frac{m-3}{m+3}$.

8.B 解析:去分母,得 $100(20-x)=60(20+x)$.解得 $x=5$.经检验, $x=5$ 是原分式方程的解.

9.D 解析: $0.000\ 008\ 6=8.6 \times 10^{-6}$.

10.B 解析:根据题意,得甲种雪糕买了 $\frac{40}{x}$ 根,乙种雪糕买了

$$\frac{30}{1.5x} \text{ 根, 所以 } \frac{40}{x} - \frac{30}{1.5x} = 20. \text{ 故选 B.}$$

11.1 解析: $\frac{x-1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{x-1+1}{x} = \frac{x}{x} = 1$.

12.1 解析:原式 $=\frac{2(a+1)(a-1)}{a-1}-2=2(a+1)-2=2a$.当

$$a=\frac{1}{2} \text{ 时, 原式 } = 2 \times \frac{1}{2} = 1.$$

13. $\frac{10}{9}$ 解析:原式 $=1+\frac{1}{(-3)^2}=1+\frac{1}{9}=\frac{10}{9}$.

14. $x=6$ 解析:去分母,得 $2x+3=3(x-1)$.解得 $x=6$.经检验, $x=6$ 是原分式方程的解.

15. $\frac{32}{3}$ 解析:因为 $a^2-6a+9+|b-1|=0$,

所以 $(a-3)^2+|b-1|=0$, 所以 $a=3, b=1$. 所以

$$\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)(a+b)=\left(3-\frac{1}{3}\right) \times (3+1)=\frac{8}{3} \times 4=\frac{32}{3}.$$

16. $\frac{3}{5}$ 解析:因为 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=3$, 所以 $\frac{b-a}{ab}=3$, 所以 $b-a=3ab$. 所以

$$\frac{2a+3ab-2b}{a-2ab-b}=\frac{2(a-b)+3ab}{(a-b)-2ab}=\frac{-6ab+3ab}{-3ab-2ab}=\frac{-3ab}{-5ab}=\frac{3}{5}.$$

17. $m>-3$, 且 $m \neq -1$ 解析:方程两边同乘 $(x-2)$, 得 $x-3=m$, 即 $x=m+3$. 因为 $x>0$, 所以 $m+3>0$, 所以 $m>-3$. 因为

$x-2 \neq 0$, 所以 $m+3 \neq 2$, 所以 $m \neq -1$. 所以 m 的取值范围是

$m>-3$, 且 $m \neq -1$.

$$\begin{aligned}
 18. \text{解: (1) 原式} &= \frac{2-2x+x^2-1}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x^2-x} \\
 &= \frac{(x-1)^2}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)} \\
 &= \frac{x-1}{x}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{原式} &= \frac{a(a-2b)}{b(b-a)} \div \left(\frac{a^2}{a-b} \cdot \frac{2b-a}{2ab} \right) \\
 &= \frac{a(a-2b)}{b(b-a)} \div \frac{a \cdot (2b-a)}{(a-b) \cdot 2b} \\
 &= \frac{a(a-2b)}{b(b-a)} \cdot \frac{2b(a-b)}{a(2b-a)} = 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 19. \text{解: (1)} & \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a-b}{a+b} \right) \div \frac{2ab}{(a-b)(a+b)^2} \\
 &= \left[\frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{a-b}{a+b} \right] \cdot \frac{(a-b)(a+b)^2}{2ab} \\
 &= \frac{a^2+b^2-a^2+2ab-b^2}{(a+b)(a-b)} \cdot \frac{(a-b)(a+b)^2}{2ab} \\
 &= a+b.
 \end{aligned}$$

取 $a=2, b=3$ 时, 原式 $= 2+3=5$.

$$\begin{aligned}
 (2) \text{原式} &= \frac{(x-2)^2}{x(x-2)} \div \frac{x^2-4}{x} \\
 &= \frac{(x-2)^2}{x(x-2)} \cdot \frac{x}{(x+2)(x-2)} \\
 &= \frac{1}{x+2}.
 \end{aligned}$$

因为 $-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$, 且 x 为整数,

所以若使分式有意义, x 只能取 -1 或 1 .

当 $x=1$ 时, 原式 $= \frac{1}{3}$ (或当 $x=-1$ 时, 原式 $= 1$).

(3) 因为 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \neq 0$, 所以设 $a=2k (k \neq 0)$, 则 $b=3k$.

$$\text{所以 } \frac{5a-2b}{a^2-4b^2} \cdot (a-2b) = \frac{5a-2b}{(a+2b)(a-2b)} \cdot (a-2b) =$$

$$\frac{5a-2b}{a+2b} = \frac{10k-6k}{2k+6k} = \frac{4k}{8k} = \frac{1}{2}.$$

20. 解: (1) 方程两边同乘 $2(3x-1)$, 得 $4-2(3x-1)=3$.

化简, 得 $-6x = -3$, 解得 $x = \frac{1}{2}$.

检验: 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $2(3x-1) = 2 \times \left(3 \times \frac{1}{2} - 1 \right) \neq 0$.

所以原分式方程的解是 $x = \frac{1}{2}$.

(2) 方程两边同乘 $x(x+2)$, 得 $3x+x+2=4$.

解得 $x = \frac{1}{2}$.

经检验, $x = \frac{1}{2}$ 是原分式方程的解.

所以原分式方程的解是 $x = \frac{1}{2}$.

21. 解: 设新增工程机械后每天清淤 x 万立方米.

依题意, 有 $\frac{1}{\frac{1}{2}x} + \frac{4-1}{x} = 25$, 解得 $x = 0.2$.

经检验, $x = 0.2$ 是原分式方程的解, 且符合题意.

答: 该工程公司新增工程机械后每天清淤 2 000 立方米.

22. 解: (1) 设第一次每支铅笔的进价为 x 元.

由题意, 得 $\frac{240}{x} - \frac{240}{\frac{4}{5}x} = 60$, 解得 $x = 0.8$.

经检验, $x = 0.8$ 是原分式方程的解.

答: 第一次每支铅笔的进价是 0.8 元.

(2) 设每支铅笔的售价为 y 元.

第一次购进 $240 \div 0.8 = 300$ (支), 则第二次购进 240 支.

根据题意, 得 $(300+240)y - 2 \times 240 \geq 330$, 解得 $y \geq 1.5$.

答: 每支铅笔的售价至少是 1.5 元.