

参考答案

第十六章 二次根式

16.1 二次根式

【优效预习】

1. \sqrt{a} ($a \geq 0$)

2. ± 3 0 $\pm\sqrt{2}$ 不存在

归纳: (1) 两 (2) 0 (3) 负数 正数或 0 $a \geq 0$

3. (1) 7 7 $\frac{1}{6}$ 0

(2) 3 5 0

归纳: (1) \geq (2) a (3) $|a|$ a $-a$

4. 乘方 开方

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) 二次根号

(2) 非负数

答案: ③ ⑦ ⑧

[针对训练] 1. B

[例 2] 思路探究: (1) 被开方数大于或等于 0

(2) 分母不等于 0

答案: D

[针对训练] 2. C

[例 3] 思路探究: 0 1 $a > 1-a$

答案: A

[针对训练] 3. $m-2$

【增效作业】

1. C 2. C 3. A 4. D 5. -1 0 6. 3

7. 解: (1) $(\sqrt{9})^2 = 9$.

(2) $-(\sqrt{3})^2 = -3$.

(3) $-\sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$.

8. 解: 设圆的半径为 r ,

由题意, 得 $\pi r^2 = 4 \times 3$,

解得 $r = \frac{2\sqrt{3}\pi}{\pi}$ (cm).

9. 解: 由题意, 得 $\begin{cases} x-1 \geq 0, \\ 1-x \geq 0, \end{cases}$ 解得 $x=1$.

所以 $(x+y)^2 = 0$, 所以 $y = -1$,

所以 $x-y = 2$.

10. 解: 因为 $\sqrt{2a-3} + b = 4$, 即 $\sqrt{2a-3} = 4-b$,

所以 $2a-3 \geq 0$, 且 $4-b \geq 0$.

所以 $a \geq \frac{3}{2}$, $b \leq 4$.

所以原式 $= \sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(b-4)^2}$
 $= |a-1| - |b-4|$
 $= (a-1) - [-(b-4)]$
 $= a+b-5$.

16.2 二次根式的乘除

第 1 课时 二次根式的乘法

【优效预习】

1. (1) ① 8 8 ② $\frac{5}{8}$ $\frac{5}{8}$

(2) 同一组中的结果相等

归纳: \sqrt{ab}

2. (1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ (2) ① $\sqrt{25}$ $\sqrt{36}$ 30

② $\sqrt{36}$ $\sqrt{a^2}$ $6a$ ③ $\sqrt{100}$ $\sqrt{x^2}$
 \sqrt{y} $10x\sqrt{y}$

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: 被开方数 假分数

解: (1) 原式 $= \sqrt{\frac{4}{3} \times \frac{27}{16}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$.

(2) 原式 $= \sqrt{\frac{16}{5} \times \frac{125}{4}} = \sqrt{100} = 10$.

[针对训练] 1. 解: (1) 原式 $=$

$\frac{1}{6} \sqrt{2 \times 3 \times 6} = \frac{1}{6} \sqrt{6^2} = \frac{1}{6} \times 6 = 1$.

(2) 原式 $= a \cdot 5 \cdot \sqrt{ab \cdot \frac{b}{a}} =$

$5a \sqrt{b^2} = 5ab$.

[例 2] 思路探究: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

解: (1) $\sqrt{480} = \sqrt{16 \times 30} = \sqrt{16} \times \sqrt{30} = 4\sqrt{30}$.

(2) $\sqrt{729} = \sqrt{9 \times 81} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{9^2} = 3 \times 9 = 27$.

(3) $\sqrt{6} \times \sqrt{24} = \sqrt{6 \times 24} = \sqrt{6 \times 6 \times 4} = \sqrt{6^2 \times 4} = 6 \times 2 = 12$.

(4) $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{14a^2} = 3 \times 5 \sqrt{2 \times 14a^2} = 15\sqrt{2 \times 2 \times 7a^2} = 30\sqrt{7}a$.

[针对训练] 2. A

【增效作业】

1. B 2. A 3. D 4. D 5. 32 6. $\frac{13}{60}$

7. 解: (1) 原式 $= \sqrt{12 \times 72} = \sqrt{4^2 \times 3^2 \times 6} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{6} = 12\sqrt{6}$.

(2) 原式 $= 2\sqrt{ab^3 \cdot a^3b} = 2\sqrt{a^4b^4} = 2a^2b^2$.

(3) 原式 $= \frac{1}{2} \sqrt{20 \times 15 \times 48}$

$= \frac{1}{2} \sqrt{5^2 \times 8^2 \times 3^2}$

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{5^2} \times \sqrt{8^2} \times \sqrt{3^2}$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times 3 = 60$.

(4) 原式 $= -\sqrt{\frac{5ab}{c} \cdot \frac{2ac}{b} \cdot \frac{15bc}{a}}$

$= -\sqrt{5^2 \times 6abc} = -5\sqrt{6abc}$.

8. 解: (1) A, D, E

(2) 这个数的一般形式是 $a\sqrt{2}$ 或 $\frac{a}{\sqrt{2}}$ (a 为有理数).

9. 解: 原式 $= [(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})]^{500} \times (\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$= [(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2]^{500} \times (\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$= (3-2)^{500} \times (\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$= \sqrt{3}+\sqrt{2}$.

10. 解: 规律: $\sqrt{n+\frac{1}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$.

理由如下:

$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}} = \sqrt{\frac{n(n+2)+1}{n+2}} = \sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n+2}} = \sqrt{\frac{(n+1)^2}{n+2}} = \sqrt{(n+1)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$.

第 2 课时 二次根式的除法与最简二次根式

【优效预习】

1. (1) ① 2 2 ② 6

(2) 同一组中的结果相等

归纳: $\sqrt{\frac{a}{b}}$

(3) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

2. (1) 分母 (2) 因数或因式

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: 被开方数 假分数

解: (1) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}} = \sqrt{6}$.

(2) $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{22}{11}} = \sqrt{2}$.

(3) $-5\sqrt{3\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}} \sqrt{\frac{7}{16}}$

$= -5\sqrt{\frac{7}{2} \div \frac{1}{3}} \sqrt{\frac{7}{16}}$

$= -5 \times 3 \sqrt{\frac{7}{2} \times \frac{16}{7}}$

$= -15\sqrt{8} = -15\sqrt{2^2 \times 2} = -30\sqrt{2}$.

[针对训练] 1. 解: (1) 原式 $= \sqrt{63xy^2 \div 9y^2} = \sqrt{7x}$.

(2) 原式 $= 6 \div (-3) \sqrt{ab \div \frac{a}{b}} = -2\sqrt{b^2} = -2b$.

[例 2] 思路探究: (1) 条件是 $a \geq 0, b > 0$.

(2) 方法 1: 先利用二次根式的除法法则将式子化成商的算术平方根, 再把被开方数中的分子、分母都乘分母, 最后化简. 方法 2: 分子、分母都乘分母中的最简二次根式.

(3) 要化成最简二次根式 (整式或分式等).

解: (1) $\sqrt{\frac{-3}{-16}} = \sqrt{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

(2) $\sqrt{3\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{28}{9}} = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{9}}$

$= \frac{\sqrt{2^2 \times 7}}{\sqrt{3^2}} = \frac{2}{3} \sqrt{7}$.

$$(3) \sqrt{\frac{49}{5}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \\ = \frac{7 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}.$$

$$(4) \frac{\sqrt{18}}{3\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{2}x}{3\sqrt{2}x \times \sqrt{2}x} \\ = \frac{\sqrt{36x}}{3 \times 2x} = \frac{6\sqrt{x}}{6x} = \frac{\sqrt{x}}{x}.$$

【针对训练】2.解:(1) $\sqrt{\frac{-7}{-64}} = \sqrt{\frac{7}{64}} =$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{64}} = \frac{\sqrt{7}}{8}.$$

$$(2) \sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}.$$

$$(3) \frac{\sqrt{3a}}{\sqrt{12ab}} = \sqrt{\frac{3a}{12ab}} = \sqrt{\frac{1}{4b}} \\ = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4b}} = \frac{1}{2\sqrt{b}} \\ = \frac{\sqrt{b}}{2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{2b}.$$

【增效作业】

1.B 2.A 3.B 4.B 5.5 6.1

7.解:(1) $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} =$

$$3\sqrt{3}.$$

$$(2) \sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{\frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{5}{3} \div \frac{5}{6}} =$$

$$\sqrt{\frac{5}{3} \times \frac{6}{5}} = \sqrt{2}.$$

$$(3) \sqrt{2^2 \times 3} \div \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2.$$

$$(4) \sqrt{\frac{1}{4} \times 5} \div \sqrt{\frac{1}{32}} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} \times 5 \div \frac{1}{32}} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 5 \times 32} =$$

$$\sqrt{5 \times 8} = \sqrt{5 \times 2 \times 2^2} = 2\sqrt{10}.$$

8.解:登山者在海拔 n m 处看到的水平距离为 $d_1 = 8\sqrt{\frac{n}{5}}$, 在海拔 $2n$ m 高的山顶看到的水平距离为 $d_2 = 8\sqrt{\frac{2n}{5}}$,

$$\text{所以 } \frac{d_2}{d_1} = \frac{8\sqrt{\frac{2n}{5}}}{8\sqrt{\frac{n}{5}}} = \sqrt{2}.$$

故他看到的水平距离是原来的 $\sqrt{2}$ 倍.

9.解:(1) $\frac{2}{\sqrt{3}+2} = \frac{2(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}$

$$= \frac{2(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3})^2 - 2^2} = \frac{2(\sqrt{3}-2)}{3-4} = 2(2-\sqrt{3}) \\ = 4-2\sqrt{3}.$$

$$(2) \frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{(2\sqrt{2}-\sqrt{6})(2\sqrt{2}+\sqrt{6})}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6})^2} = \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8-6} \\ = \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}.$$

10.解:原式 $= (\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\cdots +$

$$\sqrt{2014}-\sqrt{2013}) \times (\sqrt{2014}+1) \\ = (\sqrt{2014}-1) \times (\sqrt{2014}+1) \\ = 2014-1 \\ = 2013.$$

16.3 二次根式的加减

第1课时 二次根式的加减

【效预习】

1.(1) $(5+2) \quad 7 \quad (5+2) \quad 7$

(2) $(5-2) \quad 3 \quad (5-2) \quad 3$

归纳:仍然成立

2.(1) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}; \sqrt{32} = 4\sqrt{2}; \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

(2) $2\sqrt{2} \quad 4\sqrt{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{13}{2}\sqrt{2}$

归纳:最简二次根式 被开方数相同

【高效课堂】

【例1】思路探究:(1)化成最简二次根式后,被开方数相同的二次根式可以合并.

(2)① $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}, \sqrt{54} = 3\sqrt{6};$

② $\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5};$

③ $\sqrt{72x} = 6\sqrt{2x}, \sqrt{18x} = 3\sqrt{2x};$

④ $\sqrt{\frac{48}{a}} = \frac{4}{a}\sqrt{3a}, \sqrt{\frac{27}{a}} = \frac{3}{a}\sqrt{3a}.$

答案:①③④

【针对训练】1.B

【例2】思路探究: $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}, 9\sqrt{\frac{1}{3}} =$

$3\sqrt{3}.$

答案:B

【针对训练】2.C

【增效作业】

1.C 2.B 3.B 4. $\sqrt{8}$ 5. $-14\sqrt{2}$

6. $7\sqrt{3}$

7.解:(1)原式 $= (-2+5)\sqrt{3} + (-3+4)\sqrt{2}$

$$= 3\sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

(2)原式 $= \frac{\sqrt{6}}{3} - \sqrt{6} + \frac{2}{9}\sqrt{6}$

$$= \left(\frac{1}{3} - 1 + \frac{2}{9}\right)\sqrt{6} = -\frac{4}{9}\sqrt{6}.$$

(3)原式 $= 4\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$$= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}.$$

8.解:若最简二次根式 $\sqrt{m-2}$ 与 $\sqrt{26-m}$ 可以合并,

则 $m-2=26-m$, 解得 $m=14$.

当 $m=14$ 时, $\sqrt{m-2} = \sqrt{12}$, $\sqrt{26-m} = \sqrt{12}$, 此时 $\sqrt{m-2}$ 与 $\sqrt{26-m}$ 都不是最简二次根式,

所以不存在实数 m , 使最简二次根式 $\sqrt{m-2}$ 与 $\sqrt{26-m}$ 可以合并.

9.解:因为 $\sqrt{18} + \sqrt{9} + \sqrt{\frac{1}{8}} = 3\sqrt{2} +$

$$3 + \frac{\sqrt{2}}{4} = 3 + \frac{13}{4}\sqrt{2},$$

所以 $3 + \frac{13}{4}\sqrt{2} = a + b\sqrt{2},$

所以 $a=3, b=\frac{13}{4},$

所以 $5a-4b=5 \times 3 - 4 \times \frac{13}{4}=2.$

10.解:镶壁画所需的金色彩带长为 $4(\sqrt{800} + \sqrt{450}) = 4(20\sqrt{2} + 15\sqrt{2}) =$

$$140\sqrt{2} \approx 197.96(\text{cm}).$$

$1.2 \text{ m} = 120 \text{ cm}, 120 < 197.96,$

$197.96 - 120 = 77.96 \approx 78(\text{cm}).$

因此小丽的金色彩带不够用, 还需要约 78 cm 的金色彩带.

第2课时 二次根式的混合运算

【效预习】

$ac+bc \quad 2\sqrt{15}+2\sqrt{10} \quad ac+ad+bc+bd \quad 1+\sqrt{3} \quad a^2-b^2 \quad 4$

$a^2 \pm 2ab + b^2 \quad 11-6\sqrt{2}$

归纳:(1)仍然适用

(2)乘方 乘除 加减 括号内的

【高效课堂】

【例1】思路探究:(2)① $ab \quad ② a^2-b^2$

解:(1)原式 $= 2\sqrt{12} - \sqrt{18} - (3+2\sqrt{3}+1)$

$$= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 4 - 2\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 4.$$

(2)原式 $= (9\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) \div 4\sqrt{2}$

$$= 7\sqrt{2} \div 4\sqrt{2} = \frac{7}{4}.$$

(3)原式 $= [(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15})]^{2014}$

$$= [4^2 - (\sqrt{15})^2]^{2014}$$

$$= 1^{2014} = 1.$$

【针对训练】1.解:原式 $= (2 - \sqrt{3})^{2013} (2 +$

$$\sqrt{3})^{2013} (2 + \sqrt{3}) - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$$

$$= [(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})]^{2013} (2 + \sqrt{3}) -$$

$$\sqrt{3} - 1$$

$$= 1^{2013} \times (2 + \sqrt{3}) - \sqrt{3} - 1$$

$$= 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = 1.$$

【例2】思路探究:平方差

解:原式 $= 4x^2 - 5 - 4x^2 + 8x = 8x - 5.$

当 $x = \sqrt{3} + \frac{1}{2}$ 时,

$$\text{原式} = 8\left(\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right) - 5 = 8\sqrt{3} + 4 - 5 =$$

$$8\sqrt{3} - 1.$$

【针对训练】2.解:原式 $= \frac{x^2 - y^2}{x - y} =$

$$\frac{(x+y)(x-y)}{x-y} = x+y.$$

当 $x=1+2\sqrt{3}, y=1-2\sqrt{3}$ 时,

$$\text{原式} = 1+2\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}=2.$$

【增效作业】

1.A 2.C 3.A 4. $3\sqrt{7}-12$ 5. $2\sqrt{2}$

6.解:(1) $(\sqrt{6} + \sqrt{8}) \times \sqrt{3}$

$$= \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{8} \times \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}.$$

(2) $(4\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) \div 2\sqrt{2}$

$$= 4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \div 2\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{3} - \frac{3}{2}.$$

(3) $(4+3\sqrt{5})^2 = 4^2 + 2 \times 4 \times 3\sqrt{5} +$

$$(3\sqrt{5})^2 = 61 + 24\sqrt{5}.$$

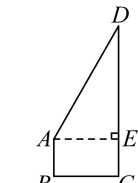
$$7. \frac{3}{2}\sqrt{2}-1$$

$$\begin{aligned} 8. \text{解: 原式} &= \frac{x-2}{2(x-3)} \div \frac{-5-(x-3)(x+3)}{x-3} \\ &= \frac{x-2}{2(x-3)} \cdot \frac{x-3}{-(x+2)(x-2)} \\ &= -\frac{1}{2(x+2)}. \end{aligned}$$

当 $x=\sqrt{2}-2$ 时,

$$\text{原式} = -\frac{1}{2(\sqrt{2}-2+2)} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

9. 解: 如答图 16.3.2-1, 过点 A 作 $AE \perp DC$ 于点 E, 则 $DE = DC - CE = DC - AB = 4\sqrt{6} - \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$ (m), $AE = BC = 3\sqrt{2}$ m, $AD = 2AE = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ (m).



答图 16.3.2-1

所以这块空地的周长为 $AB + BC + CD + AD = \sqrt{6} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{6} + 6\sqrt{2} = (5\sqrt{6} + 9\sqrt{2})$ m, 这块空地的面积为 $\frac{1}{2}(AB + CD) \cdot BC = \frac{1}{2} \times (\sqrt{6} + 4\sqrt{6}) \times 3\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{6} \times 3\sqrt{2} = 15\sqrt{3}$ (m²).

本章整合提升

【专题归纳】

1.C 2.(1)8 (2) $1+2\sqrt{6}$ (3)C

3. 解: (1) 因为 $x+y=7+4\sqrt{3}+7-4\sqrt{3}=14$,
 $xy=(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})=1$,
 所以 $5x^2-16xy+5y^2$
 $=5(x^2+y^2)-16xy$
 $=5[(x+y)^2-2xy]-16xy$
 $=5(x+y)^2-26xy$
 $=5 \times 14^2-26=954$.

$$\begin{aligned} (2) & \left(3\sqrt{12}-2\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{48} \right) \div 2\sqrt{3} \\ &= \left(6\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt{3}+4\sqrt{3} \right) \div 2\sqrt{3} \\ &= \frac{28}{3}\sqrt{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{14}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{2}-(\sqrt{8})^{-1} \\ &= \sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{8}} = \sqrt{2}-\frac{1}{2\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

第十七章 勾股定理

17.1 勾股定理

第 1 课时 勾股定理

【培优预习】

(1)10

(2)①16 9 25 ② $a^2+b^2=c^2$

归纳: $a^2+b^2=c^2$

【高效课堂】

【例 1】思路探究:(1)BE

(2) $BE=AD$. 证明如下:

因为 $AD \perp BC$, $BE \perp AC$,

所以 $\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$.

在 $\triangle ADC$ 与 $\triangle BEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle BEC, \\ \angle C = \angle C, \\ AC = BC, \end{cases}$$

所以 $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ (AAS),
 所以 $AD = BE$.

答案:3

【针对训练】1.5

【例 2】思路探究:(1) $a+b$ $(a+b)^2$

$$(2)c^2 - \frac{1}{2}ab - c^2 + 2ab$$

证明:大正方形的面积是 $(a+b)^2$.

$$\begin{aligned} \text{又因为 } S_{\text{大正方形}} &= c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab = \\ &= c^2 + 2ab, \\ \text{所以 } (a+b)^2 &= c^2 + 2ab, \text{ 即 } a^2 + 2ab + \\ &= c^2 + 2ab, \\ \text{所以 } a^2 + b^2 &= c^2. \end{aligned}$$

【针对训练】2. 证明: 因为 $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b)^2$, 且 $S_{\text{梯形}} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DEC} + S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = ab + \frac{1}{2}c^2$,

$$\text{所以 } \frac{1}{2}(a+b)^2 = ab + \frac{1}{2}c^2,$$

$$\text{即 } (a+b)^2 = 2ab + c^2, a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2,$$

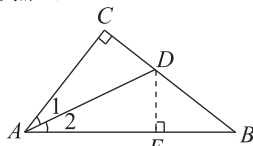
$$\text{所以 } a^2 + b^2 = c^2.$$

【培优作业】

1.C 2.B 3.B 4.C 5.A 6.5 或 $\sqrt{7}$

7.C

8. 解: 如答图 17.1.1-1, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E.



答图 17.1.1-1

因为 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle C = 90^\circ$,

所以 $DE = CD = 1.5$.

在 $\triangle BDE$ 中, $\angle BED = 90^\circ$,

$$BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{2.5^2 - 1.5^2} = 2.$$

因为 $\angle 1 = \angle 2$, $AD = AD$,

$\angle C = \angle AED$,

所以 $\text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle AED$,

所以 $AC = AE$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

因为 $AB^2 = AC^2 + BC^2$,

所以 $(AE + EB)^2 = AC^2 + 4^2$,

即 $(AC + 2)^2 = AC^2 + 4^2$,

所以 $AC = 3$.

第 2 课时 勾股定理的应用

【培优预习】

(1)斜边 一条直角边

$$(2)\sqrt{AB^2 - AC'^2} \quad \sqrt{A'B'^2 - A'C'^2}$$

$$BC = B'C'$$

归纳:斜边 一条直角边

【高效课堂】

【例 1】思路探究:(1)有, $\triangle BCD$ 是直角三角形.

$$(2)CD = AC = (x+10) \text{ cm (或 } CD = \sqrt{40^2 + x^2} \text{ cm).}$$

解: 设水深 BC 为 x cm,

则 $AC = (x+10)$ cm,

即 $CD = (x+10)$ cm.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, 由勾股定理, 得

$$x^2 + 40^2 = (x+10)^2.$$

解得 $x = 75$.

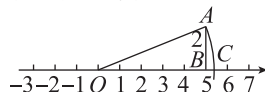
答: 水深为 75 cm.

【针对训练】1.C

【例 2】思路探究:1 $\sqrt{2}$

答案: $-\sqrt{2}$

【针对训练】2. 解: 如答图 17.1.2-1, 作一个两直角边长分别为 2, 5 的直角三角形 OAB; 以原点 O 为圆心, 所画直角三角形 OAB 的斜边 OA 为半径画弧, 交数轴的正半轴于一点 C, 点 C 就是所求作的表示 $\sqrt{29}$ 的点.



答图 17.1.2-1

【培优作业】

1.D 2.C 3.C 4.C 5.30

6. 解: 如答图 17.1.2-2, 在数轴上作一个两直角边长分别为 2, 1 的直角三角形; 以原点 O 为圆心, 所画直角三角形的斜边为半径画弧, 交数轴的负半轴于一点 A, 点 A 就是所求的表示 $-\sqrt{5}$ 的点.



答图 17.1.2-2

7.20

8. 解: 根据题意, 得

$\text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle AFE$.

所以 $\angle AFE = 90^\circ$, $AF = 10$ cm,

$EF = DE$.

设 $CE = x$ cm,

则 $EF = DE = CD - CE = (8-x)$ cm.

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, 由勾股定理, 得

$$AB^2 + BF^2 = AF^2,$$

即 $8^2 + BF^2 = 10^2$, 所以 $BF = 6$ cm.

所以 $CF = BC - BF = 10 - 6 = 4$ (cm).

在 $\text{Rt}\triangle ECF$ 中, 由勾股定理, 得

$$EF^2 = CE^2 + CF^2,$$

即 $(8-x)^2 = x^2 + 4^2$.

所以 $64 - 16x + x^2 = x^2 + 16$.

解得 $x = 3$, 即 $CE = 3$ cm.

17.2 勾股定理的逆定理

【培优预习】

1.(1)①同位角相等, 两直线平行 真

②如果两个数的平方相等, 那么这两个数相等 假

归纳: 成立 不成立

(2)逆命题 正确的

2.(1) $a^2 + b^2 = c^2$

$$(2)①\sqrt{B'C'^2} + A'C'^2 \quad \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$=$$

②SSS 90° 直角

3.直角 正整数

【高效课堂】

【例 1】思路探究:(1)①0 ②0

(2)b 等腰 c^2 直角

答案:D

【针对训练】1.解: $\triangle ABC$ 是等腰三角形.
理由: 在 $\triangle ABD$ 中,
因为 $AB^2 = 17^2 = 289$, $AD^2 = 15^2 = 225$,
 $BD^2 = \left(\frac{1}{2} \times 16\right)^2 = 64$,
所以 $AB^2 = AD^2 + BD^2$,
所以 $\triangle ABD$ 是直角三角形.
所以 $AD \perp BC$.
所以 $\triangle ADC$ 为直角三角形.
所以 $AC^2 = AD^2 + DC^2 = 15^2 + \left(\frac{1}{2} \times 16\right)^2 = 289$.
所以 $AB = AC$.
所以 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

【例 2】思路探究: (1) BD

(2) $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (m).
(3) 因为 $BC^2 + BD^2 = 12^2 + 5^2 = 169 = 13^2 = CD^2$,
所以 $\triangle BCD$ 是直角三角形.
答案: 7 200

【针对训练】2. 解: 在 $\triangle ADC$ 中, 因为 $AD^2 + DC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, $AC^2 = 9^2 = 81$, 所以 $AD^2 + DC^2 \neq AC^2$, 所以 $\triangle ADC$ 不是直角三角形, 所以 $\angle ADC$ 不是直角.
但建房标准是长方形, 四个角应都是直角,
所以该农民挖的地基不合格.

【增效作业】

1. B 2. A 3. B 4. 90° 5. 符合

6. 解: 如答图 17.2-1,

连接 AC .
在 $Rt\triangle ACD$ 中,
 $AC^2 = AD^2 + DC^2 = 4^2 + 3^2 = 5^2$,
所以 $AC = 5$ m.
因为 $5^2 + 12^2 = 13^2$, 答图 17.2-1
即 $AC^2 + BC^2 = AB^2$,
所以 $AC \perp BC$.
所以这块地的面积为 $S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot BC - \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 30 - 6 = 24$ (m²).

7. 解: 甲船航行的距离为 $BM = 8 \times 2 = 16$ (n mile),
乙船航行的距离为 $BP = 15 \times 2 = 30$ (n mile).
因为 $16^2 + 30^2 = 1\,156$, $34^2 = 1\,156$,
所以 $BM^2 + BP^2 = MP^2$, 所以 $\triangle MBP$ 为直角三角形, $\angle MBP = 90^\circ$, 所以乙船是沿着南偏东 30° 方向航行的.

8. C

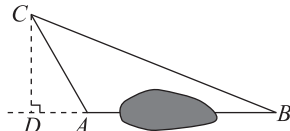
9. 解: $\triangle ABC$ 是直角三角形, 理由如下:
因为 m, n 是正整数, 且 $m > n$,
 $(m-n)^2 = m^2 + n^2 - 2mn > 0$,
所以 $m^2 + n^2 > 2mn$.
所以 $c > b$.
因为 $a^2 + b^2 = (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 = (m^2 + n^2)^2 = c^2$,
所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

本章整合提升

【专题归纳】

1. $\frac{25}{8}$

2. 解: 如答图 17-1 所示, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为点 D .
因为 $\angle CAB = 120^\circ$, 所以 $\angle CAD = 60^\circ$,
所以 $\angle DCA = 30^\circ$.
又因为 $AC = 30$ m, 所以 $AD = 15$ m.



答图 17-1

在 $Rt\triangle ACD$ 中, 由勾股定理, 得 $CD^2 = AC^2 - AD^2 = 675$; 在 $Rt\triangle CBD$ 中, 由勾股定理, 得 $BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = 65$ m,
所以 $AB = BD - AD = 65 - 15 = 50$ (m).

3. 解: (1) 由题意, 得第二条边长为 $(2a + 2)$ m, 所以第三条边长为 $30 - a - (2a + 2) = (28 - 3a)$ m.

(2) 不能. 理由: 当 $a = 7$ m 时, 三边长分别为 7 m, 16 m, 7 m.
因为 $7 + 7 < 16$, 所以不能构成三角形, 即第一条边长不能为 7 m.

由 $\begin{cases} (2a+2)+a > 28-3a, \\ (2a+2)-a < 28-3a, \end{cases}$
解得 $\frac{13}{3} < a < \frac{13}{2}$.

即 a 的取值范围是 $\frac{13}{3} < a < \frac{13}{2}$.

(3) 在 (2) 的条件下, 因为 a 为整数, 所以 a 只能取 5 或 6.

当 $a = 5$ 时, 三角形的三边长分别为 5, 12, 13.

由 $5^2 + 12^2 = 13^2$, 知恰好能构成直角三角形.

当 $a = 6$ 时, 三角形的三边长分别为 6, 14, 10.

由 $6^2 + 10^2 \neq 14^2$, 知此时不能构成直角三角形.

综上所述, 能围成满足条件的场地, 它的三边长分别为 5 m, 12 m, 13 m.

第十八章 平行四边形

18.1 平行四边形

第 1 课时 平行四边形的性质(1)

【优效预习】

1. 平行 $\square ABCD$

2. (1) 180° 180° B D

(2) 课本上是通过添加辅助线, 构造两个三角形, 利用三角形全等进行证明的.

归纳: (1) 相等 (2) 相等

3. 任意一点

【高效课堂】

【例 1】思路探究: (1) $AD = DE$. 理由如下:
因为 $\square ABCD$ 与 $\square DCFE$ 的周长相等, 且 $AB = CD = EF$, 所以 $AD = DE$.

(2) 因为 $\angle BAD = 60^\circ$, $\angle F = 110^\circ$,
所以 $\angle ADC = 120^\circ$, $\angle CDE = \angle F = 110^\circ$,
所以 $\angle ADE = 360^\circ - 120^\circ - 110^\circ = 130^\circ$.

答案: 25°

【针对训练】1. B

【例 2】思路探究: $CD \parallel CD$ $\triangle CDF \cong \triangle BEF$

证明: 因为 F 是 BC 边的中点,

所以 $BF = CF$.

因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AB = CD$, $AB \parallel CD$,

所以 $\angle C = \angle FBE$, $\angle CDF = \angle E$.

在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BEF$ 中, $\begin{cases} \angle C = \angle FBE, \\ \angle CDF = \angle E, \\ CF = BF, \end{cases}$

所以 $\triangle CDF \cong \triangle BEF$ (AAS),

所以 $CD = BE$.

因为 $AB = CD$, 所以 $AB = BE$.

【针对训练】2. 证明: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AD = BC$, $AD \parallel BC$,

所以 $\angle ADB = \angle CBD$.

因为 $AE \perp BD$, $CF \perp BD$,

所以 $\angle AED = \angle CFB = 90^\circ$.

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$\begin{cases} \angle ADE = \angle CBF, \\ \angle AED = \angle CFB, \\ AD = CB, \end{cases}$
所以 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ (AAS),
所以 $\angle DAE = \angle BCF$.

【增效作业】

1. D 2. B 3. 25° 4. 150°

5. 证明: 因为四边形 $ADEF$ 为平行四边形,

所以 $AD = EF$, $AD \parallel EF$,

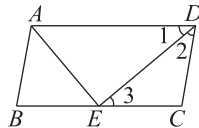
所以 $\angle ACB = \angle FEB$.

因为 $AB = AC$, 所以 $\angle ACB = \angle B$,

所以 $\angle FEB = \angle B$,

所以 $EF = BF$, 所以 $AD = BF$.

6. (1) 证明: 如答图 18.1.1-1.



答图 18.1.1-1

在 $\square ABCD$ 中, 因为 $AD \parallel BC$,

所以 $\angle 1 = \angle 3$.

又因为 DE 是 $\angle ADC$ 的平分线,

所以 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 2 = \angle 3$,

所以 $CD = CE$.

(2) 解: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AB = CD$.

又因为 $CD = CE$, $BE = CE$,

所以 $AB = BE$, 所以 $\angle BAE = \angle BEA$.

因为 $\angle B = 80^\circ$,

所以 $\angle BEA = \angle BAE = 50^\circ$.

又因为 $AD \parallel BC$,

所以 $\angle DAE = \angle BEA = 50^\circ$.

7. B

8. 解: 方法 1: (1) ①

(2) 证明: 在 $\square ABCD$ 中, $AB = CD$, $\angle B = \angle D$.

又因为 $BE = DF$,

所以 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS),

所以 $AE = CF$.

方法 2: (1) ②

(2) 证明: 在 $\square ABCD$ 中, $AD \parallel BC$.

又因为 $AE \parallel CF$,

所以四边形 $AECF$ 是平行四边形,

所以 $AE = CF$.

方法 3: (1) ③

(2) 证明: 在 $\square ABCD$ 中, $AB = CD$,

$\angle B = \angle D$.

又因为 $\angle 1 = \angle 2$,

所以 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (ASA),
所以 $AE = CF$.

9. 解: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
所以 $AB = CD, AB \parallel CD, AD = BC$.
因为 $HG \perp AB$,
所以 $\angle BGH = \angle H = 90^\circ$.
在 $\triangle DGH$ 中, $\angle H = 90^\circ$,
 $\angle GDH = 45^\circ, DG = 8\sqrt{2}$,
所以 $DH = GH = 8$.
因为点 E 为边 BC 的中点, $BC = 10$,
所以 $BE = EC = 5$.
因为 $\angle BEG = \angle CEH$,
所以 $\triangle BEG \cong \triangle CEH$.
所以 $GE = HE = \frac{1}{2}GH = 4$.

在 $\triangle ECH$ 中, $\angle H = 90^\circ, EC = 5$,
 $HE = 4$,
所以 $CH = 3$.
又因为 $AB = CD = DH - CH = 8 - 3 = 5$,
所以 $AB + BC + CD + AD = 30$.
所以 $\square ABCD$ 的周长为 30.

第2课时 平行四边形的性质(2)

【优效预习】

1. 2 4 BC $\triangle AOD$ $\triangle COB$

归纳: 互相平分

2. (1) 平行 (2) 相等 (3) 相等
(4) 互相平分

【高效课堂】

[例] 思路探究: (1) 2

(2) OB OD OB OD OB AOB
 OB

答案: $2\sqrt{5}$

[针对训练] 20

【增效作业】

1. A 2. C 3. $\frac{5}{2}$ 4. $10 < m < 22$ 5. $2a$

6. 证明: 如

答图

18.1.2-1,

连接 BD

交 AC 于

点 O . 因为

四边形

$ABCD$ 是平行四边形,

所以 $OA = OC$.

因为四边形 $EBFD$ 为平行四边形,

所以 $OE = OF$,

所以 $OE - OA = OF - OC$,

所以 $AE = CF$.

7. 解: 方法 1: $\triangle DOE \cong \triangle BOF$.

证明: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 $AD \parallel BC$.

所以 $\angle EDO = \angle FBO, \angle E = \angle F$.

又因为 $OD = OB$,

所以 $\triangle DOE \cong \triangle BOF$ (AAS).

方法 2: $\triangle BOM \cong \triangle DON$.

证明: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 $AB \parallel CD$.

所以 $\angle MBO = \angle NDO$,

$\angle BMO = \angle DNO$.

又因为 $BO = DO$,

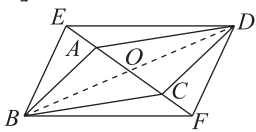
所以 $\triangle BOM \cong \triangle DON$ (AAS).

方法 3: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

证明: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AD = CB, AB = CD$.

又因为 $BD = DB$,



答图 18.1.2-1

所以 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SSS).

第3课时 平行四边形的判定

【优效预习】

1. (1) SSS 2 平行

归纳: 相等

(2) 360° 360° 180° AD BC
平行

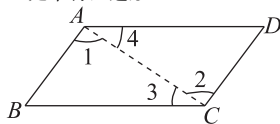
归纳: 相等

(3) 通过证明三角形全等, 得出两组对边分别平行, 从而得出结论的.

(4) 是, 证明过程如下:

在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AB = CD$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

证明: 如答图 18.1.3-1, 连接 AC . 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$. 又因为 $AB = CD, AC = CA$, 所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 所以 $\angle 3 = \angle 4$, 所以 $AD \parallel BC$, 所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



答图 18.1.3-1

2. (1) ① 平行 ② 相等 ③ 平行且相等

(2) 相等 (3) 互相平分

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) $BE \perp AD, CF \perp AD$

(2) 因为 $BE \perp AD, CF \perp AD$,

所以 $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$.

因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle D$.

又因为 $AE = DF$,

所以 $\triangle AEB \cong \triangle DFC$ (ASA).

证明: 因为 $BE \perp AD, CF \perp AD$,

所以 $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$.

因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle D$.

又因为 $AE = DF$,

所以 $\triangle AEB \cong \triangle DFC$ (ASA),

所以 $BE = CF$.

因为 $BE \perp AD, CF \perp AD$,

所以 $BE \parallel CF$.

所以四边形 $BEFC$ 是平行四边形.

[针对训练] 1. 证明: (1) 因为 $BE = CF$,

所以 $BE + EC = CF + EC$,

即 $BC = EF$.

又因为 $\angle B = \angle DEF, AB = DE$,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

(2) 因为 $\angle B = \angle DEF$, 所以 $AB \parallel DE$.

又因为 $AB = DE$,

所以四边形 $ABED$ 是平行四边形.

[例 2] 思路探究: (1) 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AD = BC$.

又因为 $AE = CF$, 所以 $DE = BF$.

(2) 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $DE \parallel BF$.

又因为 $DE = BF$,

所以四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

证明: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 $AD \parallel BC, AD = BC$. 又因为

$AE = CF$, 所以 $DE = BF$. 又因为 $DE \parallel BF$, 所以四边形 $DEBF$ 是平行四边形, 所以 $BE = DF$.

[针对训练] 2. 证明: 因为 $\angle ACB = \angle CAD$, 所以 $AD \parallel BC$. 又因为 $AD =$

BC , 所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

所以 $AB = CD$.

【增效作业】

1. B 2. B 3. C 4. 45°

5. 证明: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AD = BC, AD \parallel BC$,

所以 $\angle BCE = \angle DAF$.

又因为 $BE \parallel DF$,

所以 $\angle BEC = \angle DFA$.

所以 $\triangle CEB \cong \triangle AFD$. 所以 $BE = DF$.

又因为 $BE \parallel DF$,

所以四边形 $BEDF$ 为平行四边形,

所以 $BF = DE$.

6. B 7. 平行四边形

8. 解: 如答图 18.1.3-2. 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AD \parallel BC, AD = BC, AB = CD$.

所以 $\angle 2 = \angle 3$.

因为 BE 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$.

所以 $\angle 1 = \angle 3$.

所以 $AM = AB = 4$.

因为 AE 平分 $\angle BAD$,

所以 $EM = \frac{1}{2}BM$.

同理, $CN = CD, DF = \frac{1}{2}DN$,

所以 $AM = CN$.

所以 $AD - AM = BC - CN$,

即 $DM = BN$.

所以四边形 $BNDM$ 是平行四边形,

所以 $BM = DN, BM \parallel DN$.

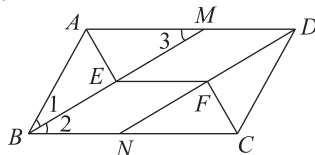
所以 $EM = DF, EM \parallel DF$.

所以四边形 $MEFD$ 是平行四边形.

所以 $EF = DM$.

因为 $DM = AD - AM = AD - AB = 7 - 4 = 3$,

所以 $EF = DM = 3$.



答图 18.1.3-2

第4课时 三角形的中位线

【优效预习】

1. 中点

2. (1) 四边形 $ADCF$ 是平行四边形, 证明如下:

因为 $AE = EC, DE = EF$,

所以四边形 $ADCF$ 是平行四边形.

(2) $AD = CF$ (或相等) $AD \parallel CF$ (或平行)

(3) $BD = CF$ (或相等) $BD \parallel CF$ (或平行)

(4) 平行四边形 BC

归纳: 平行于 一半

【高效课堂】

[例] 思路探究: AC BD

答案: 平行四边形

[针对训练] 40

【增效作业】

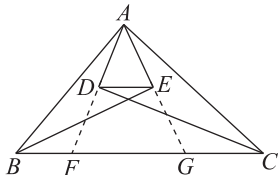
1. A 2. C 3. 80° 4. 5

5. 解: 在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle FCE$ 中, $\angle ACE =$

$\angle FCE, EC = EC, \angle AEC = \angle FEC = 90^\circ$, 所以 $\triangle ACE \cong \triangle FCE$, 所以 $FC = AC = 14, AE = EF$. 又因为 $AD = BD$, 所以 DE 是 $\triangle ABF$ 的中位线, 所以 $DE = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2}(BC - FC) = \frac{1}{2} \times (20 - 14) = 3$.

6. 2^{5-n}

7. 证明: (1) 如答图 18.1.4-1, 延长 AD, AE , 分别交 BC 于点 F, G .



答图 18.1.4-1

因为 $BE \perp AG$, 所以 $\angle AEB = \angle BEG = 90^\circ$. 因为 BE 平分 $\angle ABG$, 所以 $\angle ABE = \angle GBE$, 所以 $\angle BAE = \angle BGE$, 所以 $\triangle ABG$ 是等腰三角形, 所以 $AB = BG, E$ 是 AG 的中点. 同理可得, $AC = CF, D$ 是 AF 的中点. 所以 DE 是 $\triangle AFG$ 的中位线, 所以 $DE \parallel BC$. (2) 由 (1), 知 DE 是 $\triangle AFG$ 的中位线, 所以 $DE = \frac{1}{2}FG$. 因为 $FG = BG + CF - BC$, 且 $AB = BG, AC = CF$, 所以 $FG = AB + AC - BC$, 即 $DE = \frac{1}{2}(AB + AC - BC)$.

18.2 特殊的平行四边形

第1课时 矩形的性质

【优效预习】

1. 直角

2. (1) $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$

(2) 全等, 证明如下:

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle DCA$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC, \\ \angle BAD = \angle CDA, \\ AD = DA, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABD \cong \triangle DCA$ (SAS).

(3) $AC = BD$

归纳: (1) 平行四边形 (2) 直角

(3) 相等

3. (1) $BO = \frac{1}{2}BD$ (2) $AC = BD$

(3) $\frac{1}{2}$

归纳: 一半

【高效课堂】

【例 1】思路探究: (1) $BO, CO, DO, 60^\circ$

(2) 等边三角形

答案: 8

【针对训练】1. 证明: (1) 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle C = 90^\circ, AB = DC$. 因为 $BE = CF$, 所以 $BE + EF = CF + EF$, 所以 $BF = CE$. 所以 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$.

(2) 因为 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$,

所以 $\angle BAF = \angle CDE$.

因为 $\angle DAF = 90^\circ - \angle BAF, \angle ADE =$

$90^\circ - \angle CDE$,

所以 $\angle DAF = \angle ADE$,

所以 $\triangle AOD$ 是等腰三角形.

【例 2】思路探究: (1) $\angle CAD = \angle ACD$

(2) $CD = AD = BD = \frac{1}{2}AB$.

证明: 因为 CD 是 AB 边上的中线, 且 $\angle ACB = 90^\circ$,

所以 $CD = AD$, 所以 $\angle CAD = \angle ACD$.

又因为 $\triangle ACE$ 是由 $\triangle ACD$ 沿 AC 边所在的直线折叠而成的,

所以 $\angle ECA = \angle ACD$,

所以 $\angle ECA = \angle CAD$, 所以 $EC \parallel AB$.

【针对训练】2. 证明: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 因为 E 为斜边 AB 的中点, 所以 $CE = \frac{1}{2}AB$.

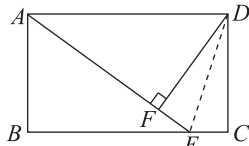
在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 因为 E 为斜边 AB 的中点,

所以 $DE = \frac{1}{2}AB$, 所以 $CE = DE$.

【增效作业】

1. B 2. C 3. C 4. 10 5. 12

6. 证明: 如答图 18.2.1-1, 连接 DE . 因为 $AD = AE$, 所以 $\angle AED = \angle ADE$. 在矩形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, \angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle ADE = \angle DEC$, 所以 $\angle DEC = \angle AED$. 又因为 $DF \perp AE$, 所以 $\angle DFE = \angle C = 90^\circ$. 又因为 $DE = DE$, 所以 $\triangle DFE \cong \triangle DCE$, 所以 $DF = DC$.



答图 18.2.1-1

7. D

8. (1) 证明: 因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 $AB = CD, \angle A = \angle C = 90^\circ, \angle ABD = \angle CDB$.

因为 $\triangle BEH$ 是 $\triangle BAH$ 翻折而成,

所以 $\angle ABH = \angle EBH, \angle A = \angle HEB = 90^\circ, AB = BE$.

因为 $\triangle DGF$ 是 $\triangle DGC$ 翻折而成, 所以 $\angle FDG = \angle CDG, \angle C = \angle DFG = 90^\circ, CD = DF$.

所以 $\angle DBH = \frac{1}{2} \angle ABD, \angle BDG =$

$\frac{1}{2} \angle CDB$,

所以 $\angle DBH = \angle BDG$,

所以在 $\triangle BHE$ 与 $\triangle DGF$ 中,

$\angle BEH = \angle DFG, BE = DF,$

$\angle DBH = \angle BDG$,

所以 $\triangle BHE \cong \triangle DGF$.

(2) 解: 因为四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB = 6 \text{ cm}, BC = 8 \text{ cm}$, 所以 $AB = CD = 6 \text{ cm}, AD = BC = 8 \text{ cm}$,

$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10(\text{cm})$.

由 (1), 知 $FD = CD, CG = FG$,

所以 $BF = 10 - 6 = 4(\text{cm})$.

设 $FG = x \text{ cm}$, 则 $BG = (8 - x) \text{ cm}$, 在 $\text{Rt}\triangle BGF$ 中, $BG^2 = BF^2 + FG^2$, 即 $(8 - x)^2 = 4^2 + x^2$, 解得 $x = 3$, 即 $FG = 3 \text{ cm}$.

第2课时 矩形的判定

【优效预习】

(1) ① 证明: 在 $\square ABCD$ 中, $AB = CD$.

因为 $AC = BD, BC = CB$,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$.

② 90° ③ 矩形

(2) ① 90° ② 平行 ③ 是 矩形的定义

归纳: (1) 直角 (2) 相等 (3) 直角

【高效课堂】

【例 1】思路探究: (1) 因为 $\angle BAD = \angle CAE$, 所以 $\angle BAD - \angle BAC = \angle CAE - \angle BAC$,

所以 $\angle BAE = \angle CAD$.

又因为 $AE = AD, AB = AC$,

所以 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$.

(2) 因为 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$,

所以 $BE = CD$.

又因为 $DE = BC$,

所以四边形 $BCDE$ 是平行四边形.

(3) 因为 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$,

所以 $\angle BEA = \angle CDA$.

因为 $AE = AD$, 所以 $\angle AED = \angle ADE$,

所以 $\angle BED = \angle CDE$.

证明: 因为 $\angle BAD = \angle CAE$,

所以 $\angle BAD - \angle BAC = \angle CAE - \angle BAC$, 所以 $\angle BAE = \angle CAD$.

因为 $AE = AD, AB = AC$,

所以 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$ (SAS),

所以 $\angle BEA = \angle CDA, BE = CD$.

又因为 $DE = BC$,

所以四边形 $BCDE$ 是平行四边形.

因为 $AE = AD$, 所以 $\angle AED = \angle ADE$.

因为 $\angle BEA = \angle CDA$,

所以 $\angle BED = \angle CDE$.

因为四边形 $BCDE$ 是平行四边形,

所以 $BE \parallel CD$,

所以 $\angle BED + \angle CDE = 180^\circ$,

所以 $\angle BED = \angle CDE = 90^\circ$,

所以四边形 $BCDE$ 是矩形.

【针对训练】1. (1) 证明: 因为 $BE \perp AC, DF \perp AC$,

所以 $\angle BEO = \angle DFO = 90^\circ$.

因为点 O 是 EF 的中点,

所以 $OE = OF$.

又因为 $\angle DOF = \angle BOE$,

所以 $\triangle BOE \cong \triangle DOF$ (ASA).

(2) 解: 四边形 $ABCD$ 是矩形. 理由如下:

因为 $\triangle BOE \cong \triangle DOF$, 所以 $OB = OD$.

又因为 $OA = OC$,

所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

因为 $OA = \frac{1}{2}BD, OA = \frac{1}{2}AC$,

所以 $BD = AC$, 所以 $\square ABCD$ 是矩形.

【例 2】思路探究: (1) 直角

(2) \perp (3) 4

(1) 证明: 因为 $AB = AC, AD$ 是 BC 边上的中线,

所以 $AD \perp BC$, 所以 $\angle ADB = 90^\circ$.

因为四边形 $ADBE$ 是平行四边形,

所以 $\square ADBE$ 是矩形.

(2) 解: 因为 $AB = AC = 5, BC = 6, AD$

是BC边上的中线,

所以 $BD=DC=6 \times \frac{1}{2}=3$.

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $AD=\sqrt{AC^2-DC^2}=4$,
所以 $S_{\text{矩形}ADBE}=BD \cdot AD=3 \times 4=12$.

【针对训练】2.6

【增效作业】

1.D 2.C 3.AB=AD

4.证明:(1)因为 $BE=CF$, $BF=BE+EF$, $CE=CF+EF$, 所以 $BF=CE$. 因为四边形ABCD是平行四边形, 所以 $AB=DC$. 又因为 $AF=DE$, 所以 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ (SSS).

(2)因为 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$,

所以 $\angle B=\angle C$.

因为四边形ABCD是平行四边形,

所以 $AB \parallel CD$,

所以 $\angle B+\angle C=180^\circ$,

所以 $\angle B=\angle C=90^\circ$,

所以四边形ABCD是矩形.

5.解: 四边形PEMF为矩形.理由如下:

因为 $PE \parallel MB$, $PF \parallel MC$,

所以四边形PEMF为平行四边形.

在 $\square ABCD$ 中, $AB=CD$,

因为点M是边AD的中点,

所以 $AM=DM=\frac{1}{2}AD$.

因为 $AB:AD=1:2$,

所以 $AB=CD=AM=DM$,

所以 $\angle ABM=\angle AMB$,

$\angle DMC=\angle DCM$.

因为 $AD \parallel CB$,

所以 $\angle CBM=\angle AMB$,

$\angle DMC=\angle BCM$,

所以 $\angle CBM=\angle ABM=\frac{1}{2}\angle ABC$,

$\angle DCM=\angle BCM=\frac{1}{2}\angle DCB$.

因为 $AB \parallel CD$,

所以 $\angle ABC+\angle DCB=180^\circ$,

所以 $\angle CBM+\angle BCM=90^\circ$,

所以 $\angle BMC=90^\circ$, 所以 $\square PEMF$ 为矩形.

6.证明:(1)因为 $CN \parallel AB$,

所以 $\angle DAC=\angle NCA$.

又因为 $MA=MC$, $\angle AMD=\angle CMN$,

所以 $\triangle AMD \cong \triangle CMN$ (ASA),

所以 $AD=CN$.

又因为 $AD \parallel CN$,

所以四边形ADCN是平行四边形,

所以 $CD=AN$.

(2)因为 $\angle AMD=2\angle MCD$, $\angle AMD=\angle MCD+\angle MDC$,

所以 $\angle MCD=\angle MDC$,

所以 $MD=MC$.

由(1), 知四边形ADCN是平行四边形,

所以 $MD=MN=MA=MC$, 所以

$AC=DN$, 所以四边形ADCN是矩形.

7.(1)证明: 如答图18.2.2-1, 因为MN交 $\angle ACB$ 的平分线于点E, 交 $\angle ACD$ 的平分线于点F,

所以 $\angle 2=\angle 5$, $\angle 4=\angle 6$.

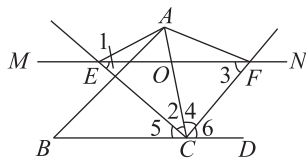
因为 $MN \parallel BC$,

所以 $\angle 1=\angle 5$, $\angle 3=\angle 6$,

所以 $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$,

所以 $EO=CO$, $FO=CO$,

所以 $OE=OF$.



答图 18.2.2-1

(2)解: 因为 $\angle 2=\angle 5$, $\angle 4=\angle 6$,

所以 $\angle 2+\angle 4=\angle 5+\angle 6=90^\circ$.

因为 $CE=12$, $CF=5$,

所以 $EF=\sqrt{12^2+5^2}=13$,

所以 $OC=\frac{1}{2}EF=6.5$.

(3)解: 当点O在边AC上运动到AC的中点时, 四边形AECF是矩形.理由如下:

当O为AC的中点时, $AO=CO$.

因为 $EO=FO$,

所以四边形AECF是平行四边形.

因为 $\angle ECF=90^\circ$, 所以 $\square AECF$ 是矩形.

第3课时 菱形的性质

【优效预习】

1.一组邻边

2.(1)CD AD CD AD

归纳: 相等

(2) $OC \perp \angle ABC \angle ADC$
 $\angle BAD \angle BCD$

归纳: 互相垂直 平分

3. $\frac{1}{2}a$ AO $\frac{1}{4}ab$ $\frac{1}{4}ab$ $\frac{1}{2}ab$

归纳: 一半

【高效课堂】

【例1】思路探究: (1)等边三角形

(2)2

答案: (1) 60° (2) 1

【针对训练】1.证明: 因为等边三角形CEF的边长与菱形ABCD的边长相等, 所以 $BC=CE$. 所以 $\angle B=\angle BEC$. 同理 $\angle D=\angle CFD$. 又因为 $\angle B=\angle D$, 所以 $\angle BEC=\angle CFD$. 因为 $\triangle CEF$ 为等边三角形, 所以 $\angle CEF=\angle CFE$. 因为 $\angle BEC+\angle CEF+\angle AEF=\angle CFD+\angle CFE+\angle AFE=180^\circ$, 所以 $\angle AEF=\angle AFE$.

【例2】思路探究: SAS SSS $\angle EAC$

$\angle FAC$ SAS

证明: 因为AC是菱形ABCD的对角线,

所以 $\angle EAC=\angle FAC$.

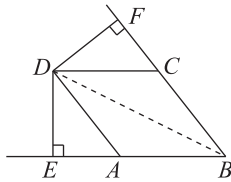
又因为 $AE=AF$, $AC=AC$,

所以 $\triangle ACE \cong \triangle ACF$ (SAS).

【针对训练】2.解: $DE=DF$. 证明过程如下:

如答图18.2.3-1, 连接BD. 因为四边形ABCD是菱形, 所以 $\angle CBD=\angle ABD$.

因为 $DF \perp BC$, $DE \perp AB$, 所以 $\angle DFB=\angle DEB=90^\circ$. 又因为 $DB=DB$, 所以 $\triangle DFB \cong \triangle DEB$ (AAS), 所以 $DE=DF$.



答图 18.2.3-1

【增效作业】

1.C 2.B 3.B 4.A 5.(3,4)

6.(1)证明: 如答图

18.2.3-2, 连接AC.

因为BD, AC是菱形

ABCD的对角线,

所以BD垂直平分AC, 所以 $AE=EC$.

(2)解: 点F是线段

BC的中点.理由如下:

在菱形ABCD中,

$AB=BC$.

又因为 $\angle ABC=60^\circ$,

所以 $\triangle ABC$ 是等边三角形,

所以 $\angle BAC=60^\circ$.

因为 $AE=EC$, 所以 $\angle EAC=\angle ECA$.

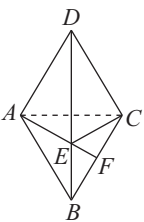
又因为 $\angle EAC+\angle ECA=\angle CEF=$

60° , 所以 $\angle EAC=\frac{1}{2}\angle CEF=30^\circ$, 所

以AF是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 所以AF

是BC边上的中线, 所以点F是线段BC的中点.

答图 18.2.3-2



7. $2\sqrt{3}$

8.(1)证明: 因为四边形ABCD是菱形,

所以 $AO=CO$, $AD \parallel BC$,

所以 $\angle OAE=\angle OCF$.

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中,

$\angle OAE=\angle OCF$,

$AO=CO$,

$\angle AOE=\angle COF$,

所以 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA).

(2)解: 因为 $\angle BAD=60^\circ$,

所以 $\angle DAO=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2} \times$

$60^\circ=30^\circ$.

因为 $\angle EOD=30^\circ$,

所以 $\angle AOE=90^\circ-30^\circ=60^\circ$,

所以 $\angle AEF=180^\circ-\angle DAO-\angle AOE=$

$180^\circ-30^\circ-60^\circ=90^\circ$.

因为菱形的边长为2, $\angle DAO=30^\circ$,

所以 $OD=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2} \times 2=1$,

所以 $AO=\sqrt{AD^2-OD^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$,

所以 $OE=\frac{1}{2}AO=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $AE=\frac{3}{2}$.

由(1), 知 $CF=AE=\frac{3}{2}$, $EF=2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

在 $Rt\triangle CEF$ 中,

$CE=\sqrt{EF^2+CF^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\frac{3}{2})^2}=\frac{\sqrt{21}}{2}$.

第4课时 菱形的判定

【优效预习】

(1)OC CD 菱形

归纳: 互相垂直

(2)平行 菱形

归纳: 四条边

【高效课堂】

【例1】思路探究: (1)DF CF 10 平

行四边形 (2)10

证明: 由平移, 得 $CF=AD=10$ cm,

$DF=AC$, 所以四边形ACFD是平行

四边形. 因为 $\angle B=90^\circ$, $AB=6$ cm,

$BC=8$ cm, 所以 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10$ cm.

$\sqrt{36+64} = 10(\text{cm})$. 又因为 $AD = 10 \text{ cm}$, 所以 $AC = AD$, 所以四边形 $ACFD$ 是菱形.

[针对训练] 1. 证明: (1) 在 $\square ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

所以 $\angle AEB = \angle EAD$.

因为 $AE = AB$,

所以 $\angle ABE = \angle AEB$,

所以 $\angle ABE = \angle EAD$.

(2) 因为 $AD \parallel BC$,

所以 $\angle ADB = \angle DBE$.

又因为 $\angle ABE = \angle AEB$,

$\angle AEB = 2\angle ADB$,

所以 $\angle ABE = 2\angle ADB$,

所以 $\angle ABD = \angle ABE - \angle DBE =$

$2\angle ADB - \angle ADB = \angle ADB$,

所以 $AB = AD$.

又因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以四边形 $ABCD$ 是菱形.

[例 2] 思路探究: (1) $AE = AF$

(2) 因为菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 所以 O 为 BD 的中点.

又因为点 E, F 分别为 AB, AD 的中点, 所以 OE, OF 是 $\triangle ABD$ 的中位线.

所以 $OE \parallel AD, OF \parallel AB$, 所以四边形 $AEOF$ 是平行四边形.

证明: 因为点 E, F 分别为 AB, AD 的中点,

所以 $AE = \frac{1}{2}AB, AF = \frac{1}{2}AD$,

又因为四边形 $ABCD$ 是菱形,

所以 $AB = AD$, 所以 $AE = AF$.

又因为菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ,

所以 O 为 BD 的中点,

所以 OE, OF 是 $\triangle ABD$ 的中位线.

所以 $OE \parallel AD, OF \parallel AB$.

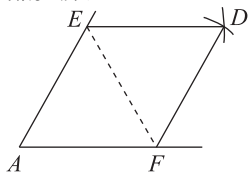
所以四边形 $AEOF$ 是平行四边形.

因为 $AE = AF$,

所以四边形 $AEOF$ 是菱形.

[针对训练] 2. 解: (1) 菱形. 理由: 根据题意, 得 $AE = AF = ED = DF$, 所以四边形 $AEDF$ 是菱形.

(2) 如图 18.2.4-1, 连接 EF , 因为 $AE = AF, \angle A = 60^\circ$, 所以 $\triangle EAF$ 是等边三角形, 所以 $EF = AE = 8 \text{ cm}$.



答图 18.2.4-1

【增效作业】

1. B 2. A 3. B

4. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形

5. 菱形

6. (1) 证明: 因为 $AF \parallel BC$,

所以 $\angle AFE = \angle DBE$.

因为 E 是 AD 的中点, 所以 $AE = DE$.

在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle DBE$ 中, $\angle AFE = \angle DBE, \angle FEA = \angle BED, AE = DE$,

所以 $\triangle AFE \cong \triangle DBE (\text{AAS})$,

所以 $AF = BD$.

又因为 $BD = DC$, 所以 $AF = DC$.

(2) 解: 四边形 $ADCF$ 是菱形. 证明如下:

因为 $AF \parallel BC, AF = DC$,

所以四边形 $ADCF$ 是平行四边形.

因为 $AC \perp AB, AD$ 是斜边 BC 的中线,

所以 $AD = DC$,

所以 $\square ADCF$ 是菱形.

7. 菱形

8. (1) 证明: 由题意, 知 $\angle FDC = \angle DCA = 90^\circ$,

所以 $EF \parallel CA$, 所以 $\angle FEA = \angle CAE$.

因为 $AF = CE = AE$,

所以 $\angle F = \angle FEA = \angle CAE = \angle ECA$.

在 $\triangle EAF$ 和 $\triangle AEC$ 中, 因为 $\angle F = \angle ECA, \angle FEA = \angle CAE, EA = AE$,

所以 $\triangle EAF \cong \triangle AEC (\text{AAS})$,

所以 $EF = CA$,

所以四边形 $ACEF$ 是平行四边形.

(2) 解: 当 $\angle B = 30^\circ$ 时, 四边形 $ACEF$ 是菱形. 理由如下: 因为 $\angle B = 30^\circ$,

$\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $AC = \frac{1}{2}AB$.

因为 DE 垂直平分 BC , 所以 $BE = CE$.

又因为 $AE = CE$, 所以 $CE = \frac{1}{2}AB$,

所以 $AC = CE$.

由 (1), 得四边形 $ACEF$ 是平行四边形,

所以四边形 $ACEF$ 是菱形.

第 5 课时 正方形

【优效预习】

1. 相等 直角

2. 相等 直角 相等 垂直平分 平分

3. (1) 相等 直角 (2) 相等 (3) 直角

(4) 互相垂直 (5) 相等

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) $BC = CD$ DF

(2) 因为四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $AB = AD$, 因为 $\triangle AEF$ 是等边三角形,

所以 $AE = AF$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

因为 $AB = AD, AE = AF$,

所以 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF (\text{HL})$.

证明: 因为四边形 $ABCD$ 是正方形,

所以 $AB = AD$,

因为 $\triangle AEF$ 是等边三角形, 所以 $AE = AF$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, 因为 $AB = AD, AE = AF$,

所以 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF (\text{HL})$,

所以 $BE = DF$.

又因为 $BC = DC$,

所以 $BC - BE = DC - DF$,

即 $EC = FC$,

所以 $CE = CF$.

[针对训练] 1. 解: (1) 四边形 $ACED$ 是平行四边形. 理由: 因为四边形 $ABCD$ 是正方形,

所以 $AD \parallel BC$, 即 $AD \parallel CE$,

因为 $DE \parallel AC$,

所以四边形 $ACED$ 是平行四边形.

(2) 由 (1), 知 $BC = AD = CE = CD$,

因为 $BD = 8 \text{ cm}$,

$BC^2 + CD^2 = BD^2 = 8^2$,

所以 $BC = 4\sqrt{2} \text{ cm}$, 所以 $BE = BC +$

$CE = 8\sqrt{2} (\text{cm})$.

[例 2] 思路探究: (1) 平行四边形 直角

(2) $AD \perp BC$ (3) 相等

(1) 证明: 因为点 O 为 AB 的中点,

所以 $OB = OA$.

又因为 $OE = OD$,

所以四边形 $AEBD$ 是平行四边形.

因为 $AB = AC, AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

所以 $AD \perp BC$, 所以 $\angle ADB = 90^\circ$,

所以 $\square AEBD$ 是矩形.

(2) 解: 当 $\angle BAC = 90^\circ$ 时, 矩形 $AEBD$ 是正方形. 理由如下:

因为 $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC, AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

所以 $AD = BD = CD$,

所以矩形 $AEBD$ 是正方形.

[针对训练] 2. 证明: (1) 因为 $DE \perp AB$,

$DF \perp AC$,

所以 $\angle BED = \angle CFD = 90^\circ$.

因为 $AB = AC$, 所以 $\angle B = \angle C$.

因为 D 是 BC 的中点, 所以 $BD = CD$,

所以 $\triangle BED \cong \triangle CFD$.

(2) 因为 $DE \perp AB, DF \perp AC$,

所以 $\angle AED = \angle AFD = 90^\circ$,

又因为 $\angle A = 90^\circ$,

所以四边形 $DFAE$ 为矩形.

因为 $\triangle BED \cong \triangle CFD$, 所以 $DE = DF$,

所以四边形 $DFAE$ 为正方形.

【增效作业】

1. D 2. B 3. B 4. 22.5°

5. 证明: 因为四边形 $ABCD$ 是正方形,

所以 $DA = AB, \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$.

又因为 $BE \perp AG, DF \perp AG$,

所以 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ, \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$,

所以 $\angle 2 = \angle 3, \angle 1 = \angle 4$.

又因为 $AD = AB$,

所以 $\triangle ADF \cong \triangle BAE$.

6. (1) 证明: 因为 $AF \parallel BC$,

所以 $\angle EAF = \angle EDB$.

因为 E 是 AD 的中点, 所以 $AE = DE$.

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEB$ 中, $\angle EAF = \angle EDB, AE = DE, \angle AEF = \angle DEB$,

所以 $\triangle AEF \cong \triangle DEB (\text{ASA})$,

所以 $AF = BD$.

因为在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AD$ 是中线,

所以 $AD = BD = DC = \frac{1}{2}BC$,

所以 $AD = AF$.

(2) 解: 四边形 $ADCF$ 是正方形. 证明如下:

因为 $AF = BD = DC, AF \parallel BC$,

所以四边形 $ADCF$ 是平行四边形.

因为 $AB = AC, AD$ 是中线,

所以 $AD \perp BC$.

又因为 $AD = AF$,

所以四边形 $ADCF$ 是正方形.

7. D

8. (1) 证明: 因为四边形 $ABCD$ 为正方形,

所以 $AB = AD, \angle D = \angle B = 90^\circ$,

$DC = CB$.

因为 E, F 分别为 DC, BC 的中点,

所以 $DE = \frac{1}{2}DC, BF = \frac{1}{2}BC$,

所以 $DE = BF$.

因为在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABF$ 中,

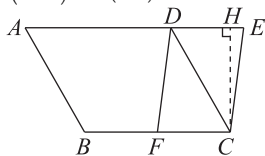
$\begin{cases} AD=AB, \\ \angle D=\angle B, \\ DE=BF, \end{cases}$
 所以 $\triangle ADE \cong \triangle ABF$ (SAS).
 (2) 解: 由题意, 知 $\triangle ABF$, $\triangle ADE$, $\triangle CEF$ 均为直角三角形, 且 $AB=AD=4$, $DE=BF=\frac{1}{2} \times 4=2$, $CE=CF=\frac{1}{2} \times 4=2$, 所以 $S_{\triangle AEF}=S_{\text{正方形}ABCD}-S_{\triangle ADE}-S_{\triangle ABF}-S_{\triangle CEF}=4 \times 4-\frac{1}{2} \times 4 \times 2-\frac{1}{2} \times 4 \times 2-\frac{1}{2} \times 2 \times 2=6$.

本章整合提升

【专题归纳】

1. (1) 证明: 因为四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 所以 $AD \parallel BC$, $AD=BC$. 因为 F 是 BC 边的中点, 所以 $CF=\frac{1}{2}BC$. 因为 $DE=\frac{1}{2}AD$, 所以 $CF=DE$. 所以四边形 $CEDF$ 是平行四边形.
 (2) 解: 如答图 18-1, 过点 C 作 $CH \perp AE$, 垂足为点 H . 因为四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 所以 $CD=AB=3$, $\angle EDC=\angle A=60^\circ$. 所以 $\angle DCH=30^\circ$. 所以 $DH=\frac{1}{2}CD=\frac{3}{2}$, $HC=\sqrt{CD^2-DH^2}=\sqrt{3^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. 因为 $DE=\frac{1}{2}AD=2$, 所以 $HE=DE-DH=\frac{1}{2}$.

在 $Rt\triangle CHE$ 中,
 $CE=\sqrt{HC^2+HE^2}=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{7}$.

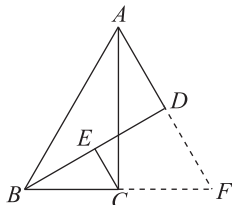


答图 18-1

2. 解: 因为 $\angle ACB=90^\circ$, $DE \perp BC$, 所以 $AC \parallel DE$. 又因为 $CE \parallel AD$, 所以四边形 $ACED$ 是平行四边形, 所以 $DE=AC=2$. 在 $Rt\triangle CDE$ 中, $CD=\sqrt{CE^2-DE^2}=2\sqrt{3}$. 因为 D 是 BC 的中点, 所以 $BC=2CD=4\sqrt{3}$. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=2\sqrt{13}$. 因为 D 是 BC 的中点, $DE \perp BC$, 所以 $EB=EC=4$.

所以四边形 $ACEB$ 的周长为 $AC+CE+EB+BA=10+2\sqrt{13}$.

3. (1) 证明: 因为 $AB=AC$, $AD \perp BC$, 所以 $\angle BAD=\angle DAC$. 因为 AN 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle CAM$ 的平分线, 所以 $\angle MAE=\angle CAE$, 所以 $\angle DAE=\angle DAC+\angle CAE=\frac{1}{2} \times 180^\circ=90^\circ$. 又因为 $AD \perp BC$, $CE \perp AN$, 所以 $\angle ADC=\angle CEA=90^\circ$, 所以四边形 $ADCE$ 为矩形.
 (2) 解: 当 $\triangle ABC$ 满足 $\angle BAC=90^\circ$ 时, 四边形 $ADCE$ 是一个正方形. 理由: 因为 $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, 所以 $\angle ACB=\angle B=45^\circ$. 因为 $AD \perp BC$, 所以 $\angle CAD=\angle ACD=45^\circ$. 所以 $DC=AD$. 因为四边形 $ADCE$ 为矩形, 所以四边形 $ADCE$ 是正方形.
 4. 解: 如答图 18-2, 延长 AD , BC 交于点 F . 因为在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACF$ 中, $\angle DAC=\angle BAC$, $AC=AC$, $\angle ACB=\angle ACF=90^\circ$, 所以 $\triangle ABC \cong \triangle ACF$ (ASA), 所以 $BC=FC$, $\angle F=\angle ABC=60^\circ$, 所以 $\angle CAF=30^\circ$. 因为 E 为 BD 的中点, 所以 $EC \parallel AF$, 所以 $\angle ACE=\angle CAF=30^\circ$.



答图 18-2

第十九章 一次函数

19.1 函数

第 1 课时 变量与函数

【优效预习】

1. (1) $S=\pi r^2$ (2) $w=0.58x$
 (3) $s=40t$

归纳: (1) 变量 常量 (2) 唯一确定的值

2. (1) 函数不是数, 它是指在一个变化过程中两个变量之间的关系.

(2) 先要看它们之间是否有关系式存在, 再看对于 x 的每一个取值, y 是否都有唯一确定的值与它对应.

(3) 从三个方面理解函数的定义, 即①一个过程; ②两个变量; ③一一对应(给 x 一个值, y 有唯一确定的值与它对应).

归纳: (1) 确定的值 唯一确定的值 自变量 函数

- (2) 函数值
 3. (1) ①全体实数 ②分母不等于零 ③不小于零(大于或等于零) ④不为零
 (2) 有意义

【高效课堂】

- [例 1] 思路探究: (1) 路程=速度 \times 时间
 (2) ① $n-2$

$$\textcircled{2} w=(n-2) \times 180^\circ.$$

解: (1) t 与 v 之间的关系式为 $t=\frac{400}{v}$,

其中常量为 400, 变量为 t 与 v .

(2) w 与 n 之间的关系式为 $w=(n-2) \times 180^\circ$, 其中常量为 2, 180° , 变量为 w 与 n .

【针对训练】1.B

[例 2] 思路探究: (1) $2 \quad b=\frac{d}{2}$

解: (1) C

(2) 把 $d=10$ 代入 $b=\frac{d}{2}$ 中, 得 $b=5$, 即当 $d=10$ 时的弹跳高度 b 为 5.

(3) 把 $b=100$ 代入 $b=\frac{d}{2}$ 中, 得 $d=200$, 即当弹跳高度 b 是 100 时的下落高度 d 为 200.

【针对训练】2. $\frac{1}{2}$

[例 3] 思路探究: 大于或等于 0 不等于 0 有意义

答案: $x \geq 1$, 且 $x \neq 2$

【针对训练】3.D

【增效作业】

1. C 2. B 3. A

4. $s=100-40t \quad 0 \leq t \leq 2.5 \quad 20 \quad 2.25$

5. ①② 6. 1

7. 解: (1) $S_{\triangle APB}=\frac{1}{2}BP \cdot AC=24-3x$,

即 $y=24-3x$.

(2) 因为点 P 与 B, C 不重合,

所以 $PC > 0, PC < BC=8$.

所以自变量 x 的取值范围是 $0 < x < 8$.

第 2 课时 函数的图象

【优效预习】

1. (1) 从左到右依次为 $-3, -2, -1, 0, 1, 3$.

归纳: (1) 横、纵 (2) ② 自变量 函数值 ③ 小 大 平滑曲线

2. (1) 满足函数解析式的 x 与 y 的值组成的点, 都在函数的图象上, 而函数图象上的每一个点的坐标都适合函数解析式.

(2) 把该点的横、纵坐标都代入函数解析式, 若满足函数解析式, 则该点在函数的图象上, 反之, 则不在函数的图象上.

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) 上升线表示函数值随自变量的增大而增大; 下降线表示函数值随自变量的增大而减小; 水平线表示函数值不随自变量的变化而变化.

(2) 直线的倾斜程度大表示函数值随自变量变化迅速, 直线的倾斜程度小表示函数值随自变量变化缓慢.

答案: B

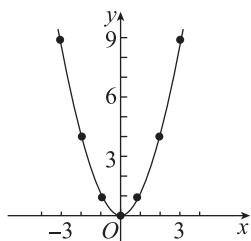
[针对训练] 1. (1) 37°C (2) 9

(3) 3:00—15:00 (4) 略.

[例 2] 思路探究: 任意 全体实数 描点 解: 列表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

根据表中数值描点, 并用平滑曲线连接这些点, 如答图 19.1.2-1.

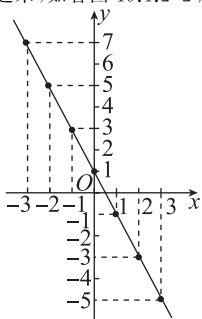


答图 19.1.2-1

[针对训练]2.解:列表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	7	5	3	1	-1	-3	-5	...

根据表中的数据描点,并用平滑曲线把这些点按照自变量从小到大的顺序依次连接起来,如答图 19.1.2-2 所示.



答图 19.1.2-2

【增效作业】

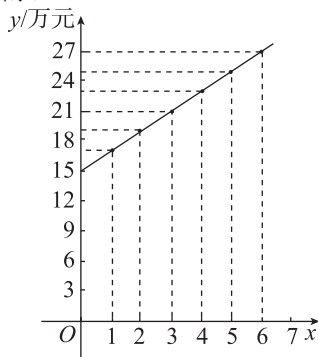
1.B 2.B 3.A 4.8

5.解:(1)函数解析式 $y=15+2x(x \geq 0)$.

(2)列表:

x	0	1	2	3	4	5	6	...
y	15	17	19	21	23	25	27	...

描点、连线,函数图象如答图 19.1.2-3 所示.



答图 19.1.2-3

(3)当 $x=5$ 时, $y=15+2 \times 5=25$.
所以 5 年后的年产值是 25 万元.

6.B

第 3 课时 函数的表示方法

【优效预习】

1.(1) $s=55t(t \geq 0)$ 解析式法 (2)220 275 列表法 (3)图象法

归纳:三 解析式法 列表法 图象法

2.表示函数时,要根据具体情况,选择适

当的方法,有时为全面地认识问题,需要同时使用多种方法.

【高效课堂】

[例 1]思路探究:(1)5 0.5 0.5x

(5-0.5x)

(2)不可以.最少不买,即 $x \geq 0$;最多把 5 元钱都买成铅笔,即 $x \leq 10$,所以 $0 \leq x \leq 10$.

(3)描点法.

解:所求的函数解析式为 $y=5-0.5x$.

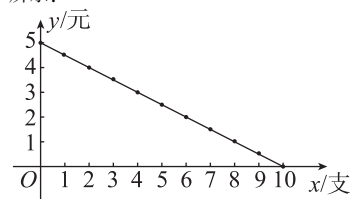
由题意可知, $x \geq 0$,且 $5-0.5x \geq 0$,

所以 $0 \leq x \leq 10$,且 x 为整数.

列表:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	5	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0

描点、连线,函数图象如答图 19.1.3-1 所示.



答图 19.1.3-1

[针对训练]1.x y y=40-5x

[例 2]思路探究:(1)当直线 y_1, y_2 相交时,租用两家汽车租赁公司的车所需费用相同,交点的横坐标为每月用车路程.

(2)不用求,根据图象找到当 $x=2\ 300$ 时,两个函数图象所对应的点,比较两个点的纵坐标即可.

解:(1)2 000

(2)租用乙汽车租赁公司的车所需费用较少,因为从图象可知,当 $x \approx 2\ 300$ km 时, $y_2 < y_1$.

[针对训练]2.100 m 甲 8 m/s

【增效作业】

1.D 2.D 3.0.7 1.3

4. $y=16-2x$ $4 < x < 8$

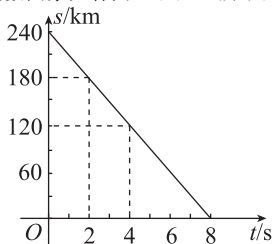
5.物体的质量每增加 1 kg,弹簧伸长为 0.5 cm

6.解:由题意可知, $s=240-30t(0 \leq t \leq 8)$.

列表:

t	0	2	4	8
s	240	180	120	0

画函数图象如答图 19.1.3-2 所示.



答图 19.1.3-2

7.解:观察图案,可以发现,三角形每条边有三盆花,四边形每条边有四盆花,五边形每条边有五盆花,这样就可以推测

出 n 边形每条边有 n 盆花.因为各顶点处的一盆花计算了两次,所以 $S=n^2-n(n > 2)$.

19.2 一次函数

第 1 课时 正比例函数

【优效预习】

1. $y=kx(k$ 是常数, $k \neq 0)$

2.(2)①原点 ②一、三 上升 二、四 下降

归纳:(1)原点 (2)①一、三 增大

②二、四 减小

3.(1)在实际问题中,由于受自变量的限制,因此其图象可能是线段,也可能是射线,一般不会是直线.

(2)根据两点确定一条直线,画正比例函数 $y=kx(k$ 是常数, $k \neq 0)$ 的图象时,经过直线上两点 $(0,0)$ 和 $(1,k)$ 画直线更简单.

【高效课堂】

[例 1]思路探究:(1)比例系数是 $m+3$.若为正比例函数,则需满足比例系数不为 0.

(2)自变量的指数是 $|m|-2$.若为正比例函数,则需满足自变量的指数为 1.

答案:3

[针对训练]1.解:(1) $y=\frac{x}{2}$,即 $y=\frac{1}{2}x$,

其中 $k=\frac{1}{2}$,与 $y=kx(k$ 是常数, $k \neq 0)$

的形式相符,所以 $y=\frac{x}{2}$ 是正比例函数.

(2) $y=3-\frac{1}{2}x$,即 $y=-\frac{1}{2}x+3$, $k=-\frac{1}{2}$,与 $y=kx(k$ 是常数, $k \neq 0)$ 的形

式不符,所以 $y=3-\frac{1}{2}x$ 不是正比例函数.

(3) $y=2x$, $k=2$,与 $y=kx(k$ 是常数, $k \neq 0)$ 的形式相符,所以 $y=2x$ 是正比例函数.

[例 2]思路探究:1 \neq $>$

答案: $y=3x$

[针对训练]2.减小

【增效作业】

1.B 2.B 3.A 4.D 5.第一、三 ± 2

6.-2

7.解:(1)依据题意,知点燃的蜡烛减少的长度 y 与燃烧的时间 x 成正比例,故可设 $y=kx(k \neq 0)$.

把 $x=6$, $y=3.6$ 代入 $y=kx$ 中,得 $3.6=6k$,
所以 $k=0.6$.

所以 y 与 x 的函数解析式为 $y=0.6x$.

(2)因为 $0 \leq y \leq 21$,

所以 $0 \leq 0.6x \leq 21$,得 $0 \leq x \leq 35$.

所以自变量 x 的取值范围是 $0 \leq x \leq 35$.

(3)当蜡烛燃烧完时, $y=21$,

所以 $0.6x=21$,解得 $x=35$.

所以此蜡烛点燃 35 min 后燃烧完.

8.解:(1)若函数 $y=(1-2a)x$ 的图象经过第一、三象限,则 $1-2a > 0$,所以

$a < \frac{1}{2}$.

(2)因为当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2$,

所以 y 随 x 的增大而减小.

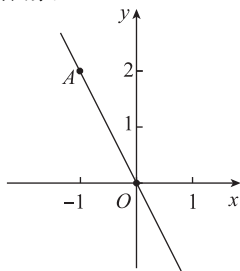
所以 $1-2a < 0$, 所以 $a > \frac{1}{2}$.

(3) 因为函数 $y = (1-2a)x$ 的图象经过点 $(-1, 2)$,

所以 $2 = (1-2a) \times (-1)$, 解得 $a = \frac{3}{2}$.

所以此函数的解析式为 $y = -2x$.

如答图 19.2.1-1 所示, 过点 $O(0, 0)$, $A(-1, 2)$ 作直线, 则直线 OA 即为所求函数的图象.



答图 19.2.1-1

9. 解: 设直线 l 对应的函数解析式为 $y = kx (k \neq 0)$. 因为 $BO = 2$, $\triangle ABO$ 的面积为 3, 所以 $\frac{1}{2}AB \cdot BO = 3$, 即 $\frac{1}{2}AB \times 2 = 3$, 解得 $AB = 3$. 所以点 A 的坐标为 $(-2, -3)$.

把 $x = -2, y = -3$ 代入 $y = kx$, 得 $k = \frac{3}{2}$, 所以直线 l 对应的函数解析式为 $y = \frac{3}{2}x$.

第 2 课时 一次函数(1)

【优效预习】

1. (1) ① $y = 80 - 10t$ ② $y = 5x + 10$
(2) ① 都是自变量 x 与常数 k 的积与一个常数的和.
② 不是

归纳: $y = kx + b$ 常数 k

2. (1) 正比例函数等号的右边是单项式, 一次函数等号的右边是多项式.
(2) 一次函数不一定是正比例函数, 正比例函数都是一次函数, 正比例函数是特殊的一次函数 ($b = 0$).

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) 一次函数具有 $y = kx + b (k, b \text{ 是常数, } k \neq 0)$ 的形式.
(2) 自变量系数不等于 0.

解: 因为函数 $y = -(m-2)x^{m^2-3} + (m-4)$ 是一次函数,

所以 $\begin{cases} m^2-3=1, \\ -(m-2) \neq 0, \end{cases}$ 解得 $m = -2$.

所以当 $m = -2$ 时,

函数 $y = -(m-2)x^{m^2-3} + (m-4)$ 是一次函数. 它的解析式为 $y = 4x - 6$.

[针对训练] 1. ①④⑤

[例 2] 思路探究: 两

解: (1) 当 $x \leq 3$ 时, $y = 8$; 当 $x > 3$ 时, $y = 8 + (x-3) \times 1.60 = 1.6x + 3.2$.

(2) 由题意, 知 $14.40 > 8$, 故应选择解析

式 $y = 1.6x + 3.2$. 把 $y = 14.40$ 代入, 解得 $x = 7$, 即他这次乘坐了 7 km 的路程.

[针对训练] 2. $y = x + 20 \quad x \geq 0$ 一次

【增效作业】

1. B 2. B 3. B 4. -1 -2

5. $\neq 1$ -1

6. 解: (1) 由题意, 知每一级台阶的高度为 0.25 m, 即 $h = 30 + 0.25n$.

(2) 当 $h = 217$ 时, $217 = 30 + 0.25n$, 解得 $n = 748$, 所以 $0 < n \leq 748 (n \text{ 为整数})$.

7. 解: (1) 是, 理由如下:

由题意可设 $y = k_1(x+2) (k_1 \neq 0)$, $z = k_2(y-1) (k_2 \neq 0)$.

整理, 得 $z = k_1 k_2 x + 2k_1 k_2 - k_2$.

因为 $k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$, 所以 $k_1 k_2 \neq 0$.

所以 z 是 x 的一次函数.

(2) 当 $2k_1 k_2 - k_2 = 0, k_1 k_2 \neq 0$,

即 $k_1 = \frac{1}{2}, k_2 \neq 0$ 时, z 是 x 的正比例函数.

8. 解: y 与 x 之间的函数解析式为 $y = 180 - \frac{180-x}{2} = 90 + \frac{1}{2}x$, y 是 x 的一次函数,

自变量 x 的取值范围是 $0 < x < 180$.

第 3 课时 一次函数(2)

【优效预习】

1. (2) ① 直线 相同 ② 原点 $(0, 3)$ 上 3

归纳: 一条直线 $|b|$ 上 下

2. (1) 一次函数的增减性取决于 k .

(2) 一次函数 $y = kx + b$, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) k, b 同正或同负.

(2) k, b 都是负实数.

(3) 第二、三、四象限.

答案: D

[针对训练] 1. C

[例 2] 思路探究: (1) 画 $y = kx + b$ 的图象, 一般取 $(0, b)$, $(-\frac{b}{k}, 0)$ 两个点.

(2) 代入法, 即把点的横、纵坐标代入函数解析式, 能使解析式成立的点在直线上.

答案: C

[针对训练] 2. A

【增效作业】

1. C 2. D 3. C 4. B 5. 四 6. <

7. 解: (1) 因为一次函数 $y = (6+3m)x + n - 4$ 的图象过原点, 所以 $6+3m \neq 0$, 且 $n-4=0$, 解得 $m \neq -2, n=4$.

(2) 因为该函数的图象经过第一、二、三象限, 所以 $6+3m > 0$, 且 $n-4 > 0$, 解得 $m > -2, n > 4$.

8. 解: 一次函数 $y = 3x + b$ 的图象与 y 轴的交点为 $(0, b)$, 与 x 轴的交点为 $(-\frac{b}{3}, 0)$. 与两坐标轴围成的三角形

的面积是 $\frac{1}{2} |b| \times |-\frac{b}{3}| = 24$, 即 $b = \pm 12$.

9. 解: 根据题意可知, 关于 x 的一次函数 $y = mx + n$ 的图象经过第一、二、四象

限, 所以 $m < 0$.

又因为关于 x 的一次函数 $y = mx + n$ 的图象与 y 轴交于正半轴, 所以 $n > 0$, 所以 $|n-m| - \sqrt{m^2} = n-m-(-m) = n$.

第 4 课时 一次函数(3)

【优效预习】

$$1. y = kx + b (k \neq 0) \quad \begin{cases} 2k + b = 5, \\ -k + b = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} k = 2, \\ b = 1 \end{cases} \quad y = 2x + 1$$

归纳: (1) 函数解析式 (3) 未知系数的值 (4) 函数解析式

2. (1) 确定正比例函数解析式, 需要知道除原点外的另一个点的坐标, 列出一元一次方程, 求出系数.

确定一次函数解析式, 需要知道两个点的坐标, 列出二元一次方程组, 求出系数.

(2) 不一定, 若 k 和 b 中只有一个是未知的, 则只需一对 x, y 的值, 此时列一元一次方程; 若两个系数都是未知的, 则列二元一次方程组.

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: k 待定系数 代入

解: (1) 把 $(1, 4)$ 代入 $y = kx + 3$ 中, 得 $4 = k + 3$, 所以 $k = 1$. 所以这个一次函数的解析式为 $y = x + 3$.

(2) 当 $x = -1$ 时, $y = -1 + 3 = 2 \neq 5$, 所以点 B 不在这个一次函数的图象上; 当 $x = 0$ 时, $y = 0 + 3 = 3$, 所以点 C 在这个一次函数的图象上; 当 $x = 2$ 时, $y = 2 + 3 = 5 \neq 1$, 所以点 D 不在这个一次函数的图象上.

[针对训练] 1. $\frac{2}{5}x + 2$

[例 2] 思路探究: (1) 3 8

(2) 给出了两个点的坐标, 一个是 $(3, 8)$, 另一个是 $(5, 12)$.

(3) 该乘客乘车 x km ($x > 3$) 共付费 y 元, 则 $y = 2x + 2$.

解: (1) 根据图象可知, 该市出租车的起步价是 8 元.

设当 $x > 3$ 时, y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$.

由图象, 得 $\begin{cases} 5k + b = 12, \\ 3k + b = 8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 2, \\ b = 2. \end{cases}$

故当 $x > 3$ 时, y 关于 x 的函数解析式为 $y = 2x + 2$.

(2) 当 $y = 32$ 时, $32 = 2x + 2$,

所以 $x = 15$.

故这位乘客乘车的路程为 15 km.

[针对训练] 2. 解: (1) 依题意, 得 $y = 70x + 50(60-x) + 10 \times 120 = 20x + 4200$.

(2) 当 $y = 4700$ 时, $4700 = 20x + 4200$, 解得 $x = 25$.

所以购买篮球 25 个.

所以购买排球 $60 - 25 = 35$ (个).

答: 购买篮球 25 个, 排球 35 个.

【增效作业】

1. A 2. D 3. C 4. A 5. 2 -2

6. $y = -3x - 2$ 7. -8

8. 解: (1) 设 $y = kx + b (k \neq 0)$,

由图象可知, $\begin{cases} 11k + b = 10, \\ 15k + b = 2, \end{cases}$

$$\begin{cases} k=-2, \\ b=32. \end{cases}$$

故销量 y 与定价 x 之间的函数解析式是 $y = -2x + 32$.

(2) 当 $x = 13$ 时, 超市每天销售这种商品所获得的利润是 $W = (-2 \times 13 + 32) \times (13 - 10) = 18$ (元).

9. 解: (1) 设直线对应的函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$.

$$\text{由题意, 得 } \begin{cases} k+b=\frac{1}{3}, \\ -3k+b=3, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=-\frac{2}{3}, \\ b=1. \end{cases}$$

$$\text{所以 } y = -\frac{2}{3}x + 1.$$

$$(2) \text{由题意, 得 } \begin{cases} 8k+b=0, \\ b=4, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{2}, \\ b=4. \end{cases}$$

$$\text{所以 } y = -\frac{1}{2}x + 4.$$

(3) 由题图, 得 $A(3, 1), B(-3, -3)$. 设直线 AB 对应的函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{则 } \begin{cases} 3k+b=1, \\ -3k+b=-3, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{2}{3}, \\ b=-1. \end{cases}$$

所以直线 AB 对应的函数解析式为 $y = \frac{2}{3}x - 1$.

10. 解: 设直线 l_2 对应的函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$.

因为 $y = 2x + 3$ 过点 P , 且点 P 的横坐标为 -1 ,

所以点 P 的坐标为 $(-1, 1)$.

因为 l_2 经过点 P 和点 A ,

$$\text{所以 } \begin{cases} -k+b=1, \\ b=-1, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=-2, \\ b=-1. \end{cases}$$

所以直线 l_2 对应的函数解析式为 $y = -2x - 1$.

第5课时 一次函数(4)

【培优预习】

1. (1) $x = 4$ $x = 0$ (2) ① $(4, 0)$ ② 相等 ③ 0 相同

归纳: (1) $ax + b = 0 (a, b \text{ 为常数}, a \neq 0)$ 0 x (2) x 横坐标 (3) n 横坐标

2. (1) ① 当 $x > 2$ 时, 函数值都大于 0.

② 当 $x < 2$ 时, 函数值都小于 0.

(2) 解关于 x 的一元一次不等式 $ax + b > 0$ 或 $ax + b < 0$, 相当于求函数 $y = ax + b$ 的值大于 0 或小于 0 时, 自变量 x 的取值范围.

3. (1) 因为每个含有未知数 x 和 y 的二元一次方程, 都可以改写为 $y = kx + b (k, b \text{ 是常数}, k \neq 0)$ 的形式, 所以每个这样的方程都对应一个一次函数, 于是也对应一条直线. 这条直线上每个点的坐标 (x, y) 都是这个二元一次方程的解.

(2) 由含有未知数 x 和 y 的两个二元一次方程组成的每个二元一次方程组, 都对应两个一次函数, 于是也对应两条直线. 从“数”的角度看, 解这样的方程组, 相当于求自变量为何值时相应的两个

函数值相等, 以及这个函数值是多少; 从“形”的角度看, 解这样的方程组, 相当于确定两条相应直线交点的坐标.

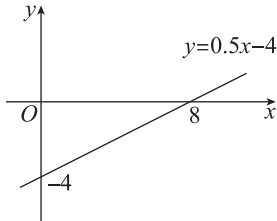
【高效课堂】

[例 1] 思路探究: 0 $y = kx + b$

x 轴 解

解: (1) 原方程可化为 $0.5x - 4 = 0$,

画出一个函数 $y = 0.5x - 4$ 的图象, 如答图 19.2.5-1.



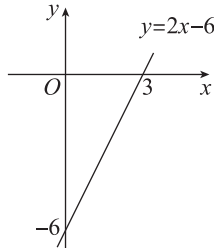
答图 19.2.5-1

由图象可以看出, 直线 $y = 0.5x - 4$ 与 x 轴的交点为 $(8, 0)$,

所以方程 $0.5x - 4 = 0$ 的解为 $x = 8$.

(2) 原方程可化为 $2x - 6 = 0$.

画出一个函数 $y = 2x - 6$ 的图象, 如答图 19.2.5-2.



答图 19.2.5-2

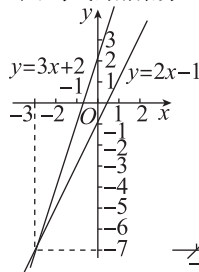
由图象可以看出, 直线 $y = 2x - 6$ 与 x 轴的交点为 $(3, 0)$,

所以方程 $2x - 6 = 0$ 的解为 $x = 3$.

[针对训练] 1. $x = 2$

[例 2] 思路探究: $3x + 2$ $2x - 1$ $x + 3$ $x + 3$

解: 方法 1: 在同一平面直角坐标系中分别画出函数 $y = 3x + 2$ 与函数 $y = 2x - 1$ 的图象 (如答图 19.2.5-3 所示), 可以看出, 它们交点的横坐标为 -3 . 当 $x > -3$ 时, 对于同一个 x 值, 直线 $y = 3x + 2$ 上的点总在直线 $y = 2x - 1$ 上相应点的上方, 这时 $3x + 2 > 2x - 1$, 即不等式的解集为 $x > -3$.



答图 19.2.5-3 答图 19.2.5-4

方法 2: 原不等式可化为 $x + 3 > 0$.

画出函数 $y = x + 3$ 的图象 (如答图 19.2.5-4 所示).

由图象可以看出, 当 $x > -3$ 时, 直线 $y = x + 3$ 上的点在 x 轴上方, 即 $y =$

$x + 3 > 0$.

所以不等式 $3x + 2 > 2x - 1$ 的解集为 $x > -3$.

[针对训练] 2. $x > 1$

[例 3] 思路探究: (1) 直线 $y = 2x - 7$ 上的每个点的坐标 (x, y) , 都是方程 $2x - y = 7$ 的解. 直线 $y = 8 - 3x$ 上的每个点的坐标 (x, y) 都是方程 $3x + y = 8$ 的解.

(2) 直线 $y = 2x - 7$ 和 $y = 8 - 3x$ 的交点坐标 (x, y) 就是方程组 $\begin{cases} 2x - y = 7, \\ 3x + y = 8 \end{cases}$ 的解.

解: 由 $2x - y = 7$, 得 $y = 2x - 7$.

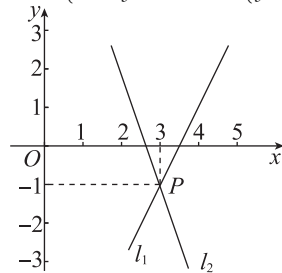
由 $3x + y = 8$, 得 $y = -3x + 8$.

在同一平面直角坐标系内作出函数 $y = 2x - 7$ 的图象 l_1 和 $y = -3x + 8$ 的图象 l_2 , 如答图 19.2.5-5 所示.

由图象, 知 l_1 与 l_2 的交点坐标为 $P(3, -1)$.

经检验, $\begin{cases} x=3, \\ y=-1 \end{cases}$ 都满足 $2x - y = 7$, $3x + y = 8$.

故方程组 $\begin{cases} 2x - y = 7, \\ 3x + y = 8 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$



答图 19.2.5-5

[针对训练] 3. $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$

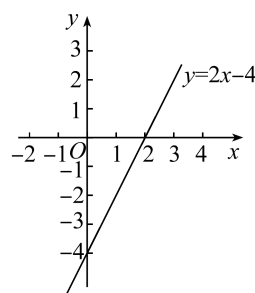
【增效作业】

1. C 2. D 3. C 4. $(\frac{1}{2}, 0)$ $x = \frac{1}{2}$

5. $> \frac{2}{3} < \frac{2}{3} = \frac{2}{3} (\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$

6. $-1 < x < 2$

7. 解: 设 $y = 2x - 4$, 在平面直角坐标系中, 画出其函数图象, 如答图 19.2.5-6 所示.



答图 19.2.5-6

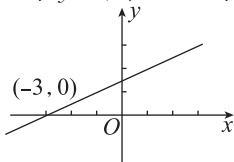
从图中可以看出, 直线 $y = 2x - 4$ 与 x 轴的交点坐标为 $(2, 0)$, 所以方程 $2x - 4 = 0$ 的解为 $x = 2$.

8. 解: (1) 把 $A(1, 2)$ 和 $B(-1, 1)$ 代入 $y =$

$kx+b$ 中,得 $\begin{cases} k+b=2, \\ -k+b=1, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} b=1.5, \\ k=0.5. \end{cases}$

(2)一次函数的解析式为 $y=0.5x+1.5$,该一次函数的图象如答图 19.2.5-7,观察图象可得,当 $x<-3$ 时, $y<0$;当 $x=-3$ 时, $y=0$;当 $x>-3$ 时, $y>0$.



答图 19.2.5-7

(3)根据函数的性质可知, $k=0.5>0$, y 随着 x 的增大而增大,即当 $x=-3$ 时, $y=0$;当 $x=1$ 时, $y=0.5+1.5=2$,所以 $0<y\leq 2$.

(4)根据函数的性质可知, $k=0.5>0$, y 随着 x 的增大而增大,即当 $y=-3$ 时, $-3=0.5x+1.5$,解得 $x=-9$;当 $y=1$ 时, $1=0.5x+1.5$,解得 $x=-1$,所以 $-9<x\leq -1$.

9.解:(1)60

(2)当 $20\leq x\leq 30$ 时,设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=kx+b(k\neq 0)$.

根据题意,当 $x=20$ 时, $y=60$;当 $x=30$ 时, $y=24$.

所以 $\begin{cases} 60=20k+b, \\ 24=30k+b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-3.6, \\ b=132. \end{cases}$

所以当 $20\leq x\leq 30$ 时, y 与 x 之间的函数解析式为 $y=-3.6x+132$.

当 $x=22$ 时, $y=-3.6\times 22+132=52.8$.

所以小丽出发第 22 min 时的速度为 52.8 km/h.

(3)小丽驾车从甲地到乙地行驶的路程为

$$\frac{0+12}{2}\times\frac{5}{60}+\frac{12+60}{2}\times\frac{5}{60}+60\times\frac{10}{60}+\frac{60+24}{2}\times\frac{10}{60}+\frac{24+48}{2}\times\frac{5}{60}+48\times\frac{10}{60}+\frac{48+0}{2}\times\frac{5}{60}=33.5(\text{km}).$$

所以小丽驾车从甲地到乙地共耗油

$$33.5\times\frac{10}{100}=3.35(\text{L}).$$

19.3 课题学习 选择方案

【优效预习】

1.(1) y_1 y_2 (2)①白炽灯 ②节能灯 ③2 280

归纳:自变量 函数

2.(1)①保证 240 名师生有车坐;②每辆汽车上至少有 1 名教师.

(2)租车费用与所租车的种类有关,当汽车总数 a 确定后,尽可能少租用甲种客车可以节省费用.

【高效课堂】

【例】思路探究:(1)正比例 (100,12) (0,6) (100,16)

(2)两直线的交点表示在该印数时,收费相同.

联立两直线解析式得方程组,方程组的解就是交点的坐标.

解:(1)设表示甲种收费方式的函数解析式为 $y=k_1x+b(k_1\neq 0)$,由题图,得点 (100,16), (0,6) 都在直线上,

所以 $\begin{cases} 6=b, \\ 16=100k_1+b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_1=0.1, \\ b=6. \end{cases}$

所以甲种收费方式的函数解析式为 $y=0.1x+6$.

设表示乙种收费方式的函数解析式为 $y=k_2x(k_2\neq 0)$,点 (100,12) 在直线上,即 $12=100k_2$,解得 $k_2=0.12$.

所以乙种收费方式的函数解析式为 $y=0.12x$.

(2)由 $0.1x+6>0.12x$,得 $x<300$;

由 $0.1x+6=0.12x$,得 $x=300$;

由 $0.1x+6<0.12x$,得 $x>300$.

由此可知,当 $100\leq x<300$ 时,选择乙种印刷方式较合算;

当 $x=300$ 时,选择甲、乙两种印刷方式都可以;

当 $300<x\leq 450$ 时,选择甲种印刷方式较合算.

【针对训练】解:(1)从甲仓库运 x 吨往 A 港口,则从甲仓库运往 B 港口的有 $(80-x)$ 吨,从乙仓库运往 A 港口的有 $(100-x)$ 吨,运往 B 港口的有 $50-(80-x)=(x-30)$ 吨,

所以 $y=14x+20(100-x)+10(80-x)+8(x-30)=-8x+2\ 560$,

x 的取值范围是 $30\leq x\leq 80$.

(2)由 (1),得 $y=-8x+2\ 560$, y 随 x 的增大而减小,

所以当 $x=80$ 时,总运费最小,

当 $x=80$ 时, $y=-8\times 80+2\ 560=1\ 920$.

此时方案为把甲仓库的全部运往 A 港口,再从乙仓库运 20 吨往 A 港口,乙仓库余下的全部运往 B 港口.

【增效作业】

1.B 2.17.5 °C

3.解:(1)因为每月的销售量 y 是销售单价 x 的一次函数,所以设函数解析式为 $y=kx+b(k\neq 0)$.

根据题意,得 $\begin{cases} 20k+b=360, \\ 25k+b=210, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=-30, \\ b=960. \end{cases}$

所以 y 与 x 之间的函数解析式是 $y=-30x+960$.

(2)当 $y=300$ 时,得 $-30x+960=300$,解得 $x=22$,所以每件售价应定为 22 元.

4.解:(1)设安排生产 A 种产品 x 件,则生产 B 种产品 $(50-x)$ 件.

由题意,得 $\begin{cases} 9x+4(50-x)\leq 360, & \text{①} \\ 3x+10(50-x)\leq 290, & \text{②} \end{cases}$

解不等式组,得 $30\leq x\leq 32$.

因为 x 是整数,所以 x 只能取 30,31,32,相应的 $50-x$ 的值是 20,19,18.

所以生产方案有三种,即

第一种生产方案:生产 A 种产品 30 件, B 种产品 20 件;

第二种生产方案:生产 A 种产品 31 件, B 种产品 19 件;

第三种生产方案:生产 A 种产品 32 件, B 种产品 18 件.

(2)由题意,得 $y=700x+1\ 200(50-x)=-500x+60\ 000$ (其中 x 只能取

30,31,32).

因为 $-500<0$,所以 y 随 x 的增大而减小.

所以当 $x=30$ 时, y 的值最大.

因此,按 (1) 中的第一种生产方案安排生产,获得的总利润最大,最大利润是 $-500\times 30+60\ 000=45\ 000$ (元).

5.解:设上海厂运往汉口 x 台,则上海厂运往重庆 $(4-x)$ 台,北京厂运往汉口 $(6-x)$ 台,北京厂运往重庆 $(4+x)$ 台,所以总运费 W (单位:元)关于 x 的一次函数的解析式为

$$W=300x+400(6-x)+500(4-x)+800(4+x)=7\ 600+200x(0\leq x\leq 4, \text{且 } x \text{ 为整数}).$$

(1)当 $W=8\ 400$ 时,有 $7\ 600+200x=8\ 400$,解得 $x=4$.

故若总运费为 8 400 元,则上海厂运往汉口 4 台.

(2)当 $W\leq 8\ 200$ 时,则 $7\ 600+200x\leq 8\ 200$,且 $0\leq x\leq 4$,

解得 $0\leq x\leq 3$.

因为 x 只能取整数,所以 x 只有四种可能的值:0,1,2,3.

故若要求总运费不超过 8 200 元,则共有 4 种调运方案.

(3)因为在一次函数 $W=7\ 600+200x$ 中, W 随 x 的增大而增大,且 $0\leq x\leq 4$,所以当 $x=0$ 时,函数 $W=7\ 600+200x$ 有最小值,最小值是 7 600,即总运费最低是 7 600 元.

此时的调运方案是上海厂的 4 台全部运往重庆;北京厂运往汉口 6 台,运往重庆 4 台.

本章整合提升

【专题归纳】

1. $x\neq 2$ 2.B 3.A 4.A

5.解:(1)设参加社会实践的学生有 m 人,老师有 n 人.

根据题意,得

$$\begin{cases} 36.5m+36.5n=2\ 372.5, \\ 30\times 0.8m+30n=1\ 650. \end{cases}$$

解这个方程组,得 $\begin{cases} m=50, \\ n=15. \end{cases}$

答:参加社会实践的学生、老师分别为 50 人、15 人.

(2)由 (1) 知所有参与人员共有 65 人,其中学生有 50 人.

当 $50<x<65$ 时,费用最低的购票方案为:

学生都买二等座火车票共 50 张, $(x-50)$ 名老师买二等座火车票, $(65-x)$ 名老师买一等座火车票.

所以火车票的总费用 (单程) y 与 x 之间的函数解析式为 $y=30\times 0.8\times 50+30(x-50)+36.5(65-x)$,即 $y=-6.5x+2\ 072.5(50<x<65)$.

第二十章 数据的分析

20.1 数据的集中趋势

第 1 课时 平均数 (1)

【优效预习】

1.(1)20.86 (2)8.4

归纳:(1) $\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$ $\frac{1}{n}(x_1+$

$$x_2 + \cdots + x_n)$$

$$(2) \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \cdots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}$$

$$\frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \cdots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}$$

2. (1) “权”表示数据的重要程度.

(2) “权”的常见类型有“比的形式”和“百分比的形式”.

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) 选择算术平均数计算公式:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n).$$

(2) 选择加权平均数计算公式:

$$\bar{x} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \cdots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}.$$

答案: (1) 108 (2) 110.4

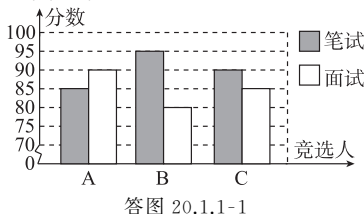
[针对训练] 1. 9.70

2. 8.1

[例 2] 思路探究: (1) 90 分 90 分

(2) 加权平均数

解: (1) 90; 补充完整后的图如答图 20.1.1-1.



(2) A: $300 \times 35\% = 105$ (票);

B: $300 \times 40\% = 120$ (票);

C: $300 \times 25\% = 75$ (票).

(3) A: $\frac{85 \times 4 + 90 \times 3 + 105 \times 3}{4 + 3 + 3} = 92.5$ (分);

B: $\frac{95 \times 4 + 80 \times 3 + 120 \times 3}{4 + 3 + 3} = 98$ (分);

C: $\frac{90 \times 4 + 85 \times 3 + 75 \times 3}{4 + 3 + 3} = 84$ (分).

所以 B 能当选.

[针对训练] 3. 小明

【增效作业】

1. B 2. D 3. D 4. 94 5. 7 6. 86

7. (1) 12 (2) 24 (3) $4m + 18k$

8. 解: (1) 甲、乙、丙的测评得分分别为 50 分, 80 分, 70 分.

(2) 甲的平均成绩为 $\frac{75 + 93 + 50}{3} = \frac{218}{3} \approx$

72.67 (分),

乙的平均成绩为 $\frac{80 + 70 + 80}{3} = \frac{230}{3} \approx$

76.67 (分),

丙的平均成绩为 $\frac{90 + 68 + 70}{3} = \frac{228}{3} =$

76.00 (分).

因为 $76.67 > 76.00 > 72.67$,

所以候选人乙将被录用.

(3) 将笔试、面试、测评这三项测试得分按 4:3:3 的比例确定个人成绩,

则甲的个人成绩为 $\frac{4 \times 75 + 3 \times 93 + 3 \times 50}{4 + 3 + 3} =$

72.9 (分),

乙的个人成绩为 $\frac{4 \times 80 + 3 \times 70 + 3 \times 80}{4 + 3 + 3} =$

77 (分),

丙的个人成绩为 $\frac{4 \times 90 + 3 \times 68 + 3 \times 70}{4 + 3 + 3} =$

77.4 (分).

因为丙的个人成绩最高,

所以候选人丙将被录用.

第 2 课时 平均数(2)

【优效预习】

$$1. (1) 3 \quad 5 \quad 2 \quad 5 \quad 3 \quad 3 \quad 4$$

$$\frac{94 \times 3 + 95 \times 5 + 96 \times 2 + 97 \times 5 + 98 \times 3 + 99 \times 3 + 100 \times 4}{3 + 5 + 2 + 5 + 3 + 3 + 4}$$

$$97 \quad (2) 65 \quad 75 \quad 85 \quad 95$$

$$\frac{65 \times 4 + 75 \times 19 + 85 \times 16 + 95 \times 11}{50} \quad 82$$

$$\text{归纳: } n \quad \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k}{n} \quad \text{加}$$

权平均数 权

2. 当所要考察的对象很多, 或者对考察对象带有破坏性时, 统计中常常通过用样本估计总体的方法来获得对总体的认识, 实际生活中常用样本平均数来估计总体平均数.

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: 平均成绩 组中值

频数

答案: A

[针对训练] 1. 72

[例 2] 思路探究: 76 76

答案: 7 600

[针对训练] 2. 7

【增效作业】

1. C 2. B 3. B 4. 54 5. 81

6. 解: (1) 他们该月的平均工资为 $\frac{1}{7} \times$

$(10\,496 + 4\,450 + 4\,400 + 3\,320 + 3\,350 + 3\,320 + 3\,410) = 4\,678$ (元).

(2) 因为一般工作人员月工资都低于 (1) 中计算出的平均水平, 所以 (1) 中计算出的平均工资不能反映工作人员这个月收入的一般水平.

(3) 去掉王某的工资后, 其平均工资为 $\frac{1}{6} \times (4\,450 + 4\,400 + 3\,320 + 3\,350 + 3\,320 + 3\,410) \approx 3\,708$ (元).

(4) 由于 (3) 中计算出的平均工资接近一般工作人员的月工资收入, 故能代表一般工作人员的收入.

(5) 从本题的计算中可见, 个别特殊值对平均数有很大的影响.

7. 解: (1) 由题图, 知

$$\frac{20 \times 9 + 30 \times 12 + 50 \times 16 + 100 \times 3}{40} = 41 \text{ (元),}$$

所以这 40 名同学捐款的平均数为 41 元.

(2) 因为 $41 \times 1\,200 = 49\,200$ (元),

所以该校的捐款总数大约是 49 200 元.

第 3 课时 中位数和众数

【优效预习】

1. (2) ① 50, 65, 65, 70, 75, 80, 90 ② 0.8, 0.8, 0.8, 0.9, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.2, 1.3

(3) ① 70 65 ② 0.95 0.8

归纳: (1) 由小到大 由大到小 中间

中间 平均数

(2) 次数最多

2. (1) 中位数是一个位置代表值, 如果已知一组数据的中位数, 那么可以知道小

于或大于这个中位数的数据各占一半.

(2) 一组数据中, 中位数是唯一的, 众数有时有一个或几个.

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) 这组数据的平均数

是 $\frac{1}{5}(100 + 80 + x + 90 + 90)$.

(2) 先分别求出当众数分别为 80, 90, 100 时的平均数, 再看这组数据的众数与平均数是否相等, 最后求出这组数据的中位数即可.

答案: 90

[针对训练] 1. 4

2. 29

[例 2] 思路探究: (1) 中位数 众数

(2) 中位数 平均数 (3) 中位数

解: (1) 11.2 11.4

(2) 方法 1: 根据 (1) 中得到的样本数据的结论, 可以估计, 在这次坐位体前屈的测试中, 全市大约有一半学生的成绩大于 11.2 cm, 有一半学生的成绩小于 11.2 cm, 这位学生的成绩是 11.3 cm, 大于中位数 11.2 cm, 可以预测他的成绩比一半以上学生的成绩好.

方法 2: 根据 (1) 中得到的样本数据的结论, 可以估计, 在这次坐位体前屈的测试中, 全市学生的平均成绩是 10.9 cm, 这位学生的成绩是 11.3 cm, 大于平均成绩 10.9 cm, 可以推测他的成绩比全市学生的平均成绩好.

(3) 如果全市有一半左右的学生被评定为“优秀”等级, 标准成绩应定为 11.2 cm (中位数). 因为从样本情况看, 成绩在 11.2 cm 以上 (含 11.2 cm) 的学生占总人数的一半左右, 可以估计, 如果标准成绩定为 11.2 cm, 全市将有一半左右的学生能够达到“优秀”等级.

[针对训练] 3. C

4. (1) 1.5 (2) 1.6

【增效作业】

1. B 2. C 3. 5 4. 1.65 5. 10 6. 1

7. 解: (1) 平均数为

$$\frac{163 + 171 + 173 + 159 + 161 + 174 + 164 + 166 + 169 + 164}{10}$$

$= 166.4$ (cm).

中位数为 $\frac{166 + 164}{2} = 165$ (cm).

众数为 164 cm.

(2) 设“普通身高”为 x cm, 若平均数作为选定标准: x 满足 $166.4 \times (1 - 2\%) \leq x \leq 166.4 \times (1 + 2\%)$, 即 $163.072 \leq x \leq 169.728$ 时为“普通身高”, 则序号为 ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ 的男生具有“普通身高”.

若中位数作为选定标准: x 满足 $165 \times (1 - 2\%) \leq x \leq 165 \times (1 + 2\%)$, 即 $161.7 \leq x \leq 168.3$ 时为“普通身高”, 则序号为 ① ⑦ ⑧ ⑩ 的男生具有“普通身高”.

若众数作为选定标准: x 满足 $164 \times (1 - 2\%) \leq x \leq 164 \times (1 + 2\%)$, 即 $160.72 \leq x \leq 167.28$ 时为“普通身高”, 则序号为 ① ⑤ ⑦ ⑧ ⑩ 的男生具有“普通身高”.

(3) 平均数作为选定标准, 估计全年级男生中具有“普通身高”的人数为 $280 \times \frac{4}{10} = 112$.

中位数作为选定标准, 估计全年级男生

中具有“普通身高”的人数为 $280 \times \frac{4}{10} = 112$.

众数作为选定标准,估计全年级男生中具有“普通身高”的人数为 $280 \times \frac{5}{10} = 140$.

8.B

- 9.解:(1) $2+9+10+14+5=40$ (名).
(2)从题图中看出低于 80.5 分共有 21 人,而 70.5 至 80.5 这一分数段中共有 10 个数据,所以中位数落在 70.5 至 80.5 这一分数段内.
(3)80 分以上的共有 $14+5=19$ (人),故优秀率为 $19 \div 40 = 47.5\%$.

第 4 课时 数据的集中趋势

【优效预习】

(1)5.6 5 4 (2)不合理 (3)4

归纳:平均数 中位数 众数 集中趋势

【高效课堂】

【例】思路探究:平均数、中位数、众数.

答案:(1)15 15 (2)13 (3)7 800

【针对训练】18

【增效作业】

1.B 2.C 3.C 4.C 5.众数

6.众数 平均数 中位数 7. $\frac{2}{3}$

8.解:(1)众数为 113.

平均数为 $\frac{1}{10} \times (90 \times 1 + 93 \times 1 + 102 \times 2 + 113 \times 3 + 114 \times 1 + 120 \times 2) = 108$.

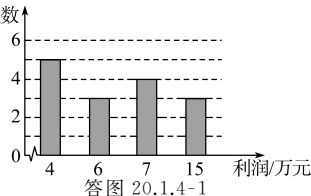
(2)估计这个月的耗电量为 $108 \times 30 = 3\ 240$ (kW·h).

(3)该校应付电费 y (单位:元)与天数 x 之间的函数解析式为 $y = 0.5 \times 108x$,即 $y = 54x$.

9.解:(1)设样本容量为 x ,则 $x \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 5$,

所以 $x = 15$,即样本容量为 15.

补全条形统计图,如答图 20.1.4-1 所示.



(2)样本的众数为 4;中位数为 6;

平均数为 $\frac{4 \times 5 + 6 \times 3 + 7 \times 4 + 15 \times 3}{15} = 7.4$.

(3)如果想让一半左右的员工都能达到目标,个人年利润可以高于 6 万元,定为 6.5 万元.

因为从样本情况看,个人年利润在 6 万元以上的有 7 人,占总数的一半左右,所以可以估计,如果个人年利润定为 6.5 万元,将有一半左右的员工获得奖励.

如果想确定一个较高的目标,个人年利润可以定为 7.4 万元.

因为在样本的众数、中位数和平均数中,平均数最大,所以可以估计,如果个人年利润定为 7.4 万元,大约会有 $\frac{1}{5}$ 的

员工获得奖励.

20.2 数据的波动程度

第 1 课时 方差

【优效预习】

1.(1)71.5 (2)-1.5, -0.5, 0.5, 1.5

(3)5 (4)1.25 方差

归纳:平均数 平方 平均数 s^2

2.(1) $s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$.

(2)方差是衡量一组数据波动大小的量,即如果一组数据的方差越大,那么该组数据的波动越大;方差越小,那么该组数据的波动越小.

【高效课堂】

【例 1】思路探究:平均成绩

答案:C

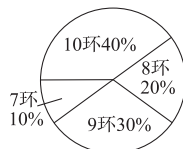
【针对训练】1.8

【例 2】思路探究:(1)先计算出命中 7 环的次数, $10 \times 10\% = 1$.

(2)计算出甲的方差.

解:(1)如答图 20.2.1-1.

命中环数	10	9	8	7
命中次数	4	3	2	1



答图 20.2.1-1

(2)应该派甲去.

理由: $\bar{x}_甲 = \frac{1}{10} \times (10 \times 4 + 9 \times 3 + 8 \times 2 + 7 \times 1) = 9$ (环),

$s_甲^2 = \frac{1}{10} \times [4 \times (10 - 9)^2 + 3 \times (9 - 9)^2 + 2 \times (8 - 9)^2 + 1 \times (7 - 9)^2] = 1$.

因为甲、乙两人的平均成绩相同,而 $s_甲^2 < s_乙^2$,说明甲的成绩比乙稳定,所以应派甲去.

【针对训练】2.甲

【增效作业】

1.B 2.B 3.A 4.2 5.乙 6.2.8

7.解:由题中折线图,得

甲的 5 次测验成绩分别为 65 分,80 分,80 分,90 分,85 分;

乙的 5 次测验成绩分别为 75 分,90 分,80 分,75 分,80 分.

(1)甲学生 5 次测验成绩的平均数与方差分别为

$\bar{x}_甲 = \frac{1}{5} \times (65 + 80 + 80 + 90 + 85) = 80$ (分),

$s_甲^2 = \frac{1}{5} \times [(65 - 80)^2 + (80 - 80)^2 + (80 - 80)^2 + (90 - 80)^2 + (85 - 80)^2] = 70$;

乙学生 5 次测验成绩的平均数与方差分别为

$\bar{x}_乙 = \frac{1}{5} \times (75 + 90 + 80 + 75 + 80) = 80$ (分),

$s_乙^2 = \frac{1}{5} \times [(75 - 80)^2 + (90 - 80)^2 +$

$(80 - 80)^2 + (75 - 80)^2 + (80 - 80)^2] = 30$.

(2)选乙参加这次竞赛,理由如下:

根据(1)的计算结果,得甲、乙成绩的平均数相等,但甲的方差比乙的方差大,即乙的成绩比甲的稳定,故应选乙参加这次竞赛.

8.D

9.解:(1) $\bar{x}_A = \frac{1}{5} \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 3$,

$s_A^2 = \frac{1}{5} \times [(1 - 3)^2 + (2 - 3)^2 + (3 - 3)^2 + (4 - 3)^2 + (5 - 3)^2] = 2$;

$\bar{x}_B = \frac{1}{5} \times (11 + 12 + 13 + 14 + 15) = 13$,

$s_B^2 = \frac{1}{5} \times [(11 - 13)^2 + (12 - 13)^2 + (13 - 13)^2 + (14 - 13)^2 + (15 - 13)^2] = 2$;

$\bar{x}_C = \frac{1}{5} \times (10 + 20 + 30 + 40 + 50) = 30$,

$s_C^2 = \frac{1}{5} \times [(10 - 30)^2 + (20 - 30)^2 + (30 - 30)^2 + (40 - 30)^2 + (50 - 30)^2] = 200$;

$\bar{x}_D = \frac{1}{5} \times (3 + 5 + 7 + 9 + 11) = 7$,

$s_D^2 = \frac{1}{5} \times [(3 - 7)^2 + (5 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (9 - 7)^2 + (11 - 7)^2] = 8$.

(2)规律:有两组数据,设其平均数分别为 \bar{x}_1, \bar{x}_2 ,方差分别为 s_1^2, s_2^2 .

①当第二组中的每个数据比第一组中的每个数据都多 m 个单位时,则有 $\bar{x}_2 = \bar{x}_1 + m, s_2^2 = s_1^2$;

②当第二组中的每个数据是第一组中的每个数据的 n 倍时,则有 $\bar{x}_2 = n\bar{x}_1, s_2^2 = n^2 s_1^2$;

③当第二组中的每个数据是第一组中的每个数据的 n 倍加 m 个单位时,则有 $\bar{x}_2 = n\bar{x}_1 + m, s_2^2 = n^2 s_1^2$.

(3)已知数据的平均数和方差分别为

$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$,

$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$,

则另一组数据的平均数和方差分别为

$\bar{x}' = \frac{1}{n} (3x_1 - 2 + 3x_2 - 2 + \dots + 3x_n - 2)$

$= \frac{1}{n} [3(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 2n]$

$= 3\bar{x} - 2$,

$s'^2 = \frac{1}{n} [(3x_1 - 2 - 3\bar{x} + 2)^2 + (3x_2 - 2 - 3\bar{x} + 2)^2 + \dots + (3x_n - 2 - 3\bar{x} + 2)^2]$

$= \frac{1}{n} [9(x_1 - \bar{x})^2 + 9(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + 9(x_n - \bar{x})^2] = 9s^2$.

第 2 课时 方差的应用

【优效预习】

1.(1)5.8 5.2 > 甲 乙

(2)2.16 0.56 > 乙

归纳:平均水平 波动大小

2.(1)衡量一组数据的波动情况;当两组数据的平均数相等或接近时,用方差来考察数据的有关特征,方差小的较

稳定.

(2)用样本方差估计总体方差:考察总体方差时,如果所要考察的总体有许多个体,或者考察本身有破坏性,实际中常用样本方差近似地估计总体方差.

【高效课堂】

【例】思路探究:相等 40 7 840 乙
解:(1)甲山上4棵杨梅树的产量分别为50 kg、36 kg、40 kg、34 kg,所以甲山杨梅产量的样本平均数为
$$\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{50+36+40+34}{4} = 40(\text{kg}).$$

乙山上4棵杨梅树的产量分别为36 kg、40 kg、48 kg、36 kg,所以乙山杨梅产量的样本平均数为
$$\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{36+40+48+36}{4} = 40(\text{kg}).$$

甲、乙两山杨梅的产量总和约为
 $2 \times 100 \times 98\% \times 40 = 7\,840(\text{kg}).$

(2) $s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{4} \times [(50-40)^2 + (36-40)^2 + (40-40)^2 + (34-40)^2] = 38,$

$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{4} \times [(36-40)^2 + (40-40)^2 + (48-40)^2 + (36-40)^2] = 24.$

因为 $s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2$,
所以乙山上的杨梅产量较稳定.

【针对训练】乙

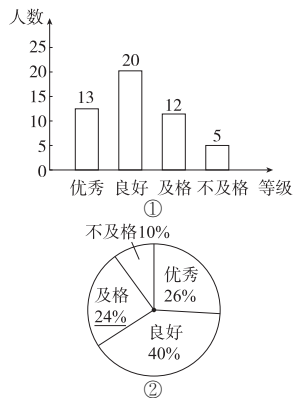
【增效作业】

1.B 2.B 3.C 4.C 5.甲 6.③

7.②③ 8.甲

9.解:(1)补全的条形统计图和扇形统计图,如答图20.2.2-1所示.

被测试女生1分钟“仰卧起坐”测试结果统计图



答图 20.2.2-1

(2)良好

(3) $650 \times 26\% = 169(\text{人})$,
所以该年级女生中1分钟“仰卧起坐”个数达到优秀的人数为169.

20.3 课题学习

体质健康测试中的数据分

【优效预习】

(2)①确定样本 确定抽取样本的方法
③条形 扇形 折线 直方 ④平均数 中位数 众数 方差

(3)当调查的对象个体较少或是为了直接获得较为全面、可靠的信息时,采用全面调查.在实际调查中常常采用抽样调查的方式.

(4)常用的统计图有条形统计图、折线统计图、扇形统计图和频数分布直方图.当要调查的问题是想了解数据的变化规律时,选用折线统计图.

【高效课堂】

【例】思路探究:(1)由题图,知B占扇形统计图的50%. $25 \div 50\% = 50(\text{人})$.故B占扇形统计图的一半,参会人数是50.

(2) $5 \div 50 \times 360^\circ = 36^\circ$.

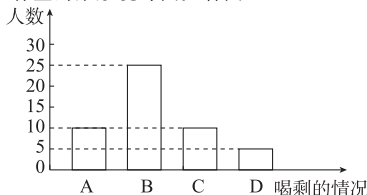
解:(1)根据所给条形统计图和扇形统计图可知,喝剩约 $\frac{1}{3}$ 的人数是25,占总人数的50%.

所以 $25 \div 50\% = 50(\text{人})$,即参加这次会议的人数为50.

因为 $\frac{5}{50} \times 360^\circ = 36^\circ$,

所以D所在扇形的圆心角为 36° .

补全的条形统计图如答图20.3-1.



答图 20.3-1

(2)根据条形统计图,得这次会议平均每人浪费的矿泉水约为

$(25 \times 500 \times \frac{1}{3} + 10 \times 500 \times \frac{1}{2} + 5 \times 500) \div 50 \approx 183(\text{mL}).$

(3)该单位每年参加此类会议的总人数为2 400~3 600,

则该单位一年中因此类会议浪费的矿泉水约为 $3\,000 \times 183 \div 500 = 1\,098(\text{瓶}).$

【针对训练】解:(1)26 50

补全的条形统计图如答图20.3-2所示.

学生上学方式条形统计图



答图 20.3-2

(2)采用乘公交车上学的人数最多.

(3)该校骑自行车上学的学生约有 $1\,500 \times 20\% = 300(\text{人}).$

【增效作业】

1.B 2.90 90

3.解:(1)B C

(2)2

(3)男生: $400 \times \frac{18}{40} = 180(\text{人}),$

女生: $380 \times 40\% = 152(\text{人}),$

$180 + 152 = 332(\text{人}).$

所以该校身高在 $160 \leq x < 170$ 之间的学生约有332人.

4.解:(1)①4 000 ② $80 < x \leq 90$ ③108°

(2)因为不合格率为 $\frac{217-117}{4\,000} \times$

$100\% = 2.5\%,$

所以合格率为 $1 - 2.5\% = 97.5\% > 97\%,$
所以本次地理会考模拟测试的合格率
达到要求.

本章整合提升

【专题归纳】

1.B 2.C 3.C 4.B

期中测试卷(一)

1.C 解析:①③⑤⑦符合二次根式的定义,所以是二次根式的有4个.

2.D 解析:选项A,B,C均不符合最简二次根式的定义,只有选项D符合.

3.C 解析:因为式子 $\frac{\sqrt{a+1}}{a-2}$ 有意义,

所以 $\begin{cases} a+1 \geq 0, \\ a-2 \neq 0, \end{cases}$

解得 $a \geq -1$,且 $a \neq 2$.故选C.

4.C 解析: $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + (\sqrt{2})^0 = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 2 + 1 = 3.$

5.C 解析: $(\sqrt{13} - \sqrt{11})(\sqrt{13} + \sqrt{11}) = (\sqrt{13})^2 - (\sqrt{11})^2 = 13 - 11 = 2.$

6.C 解析:B项, $\sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a$;C项, $\sqrt{a^3} = a\sqrt{a}$;D项, $\sqrt{a^4} = a^2$,故选C.

7.D 解析:因为 $(2 + \sqrt{2})^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 6 + 4\sqrt{2}$,所以 $a = 6, b = 4$,
所以 $a + b = 10$.

8.A 解析:A项, $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$,正确;

B项, $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$,故此选项错误;

C项, $\sqrt{-x^3} = -x\sqrt{-x}$,故此选项错误;

D项, $\sqrt{x^2} = |x|$,故此选项错误.故选A.

9.A 解析:由实数a在数轴上的位置,得 $5 < a < 10$,所以 $a - 4 > 0, a - 11 < 0$,则
 $\sqrt{(a-4)^2} + \sqrt{(a-11)^2} = a - 4 + 11 - a = 7.$

10.C 解析: $m - n = (\sqrt{m})^2 - (\sqrt{n})^2 = (\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n}) = 1 \times 2 = 2.$

11. $\frac{1}{2}$ 解析:整理,得 $\sqrt{a+1} + (2a + b)^2 = 0$,所以 $a + 1 = 0, 2a + b = 0$,
解得 $a = -1, b = 2$.
所以 $b^a = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$

12. $-\sqrt{5}$ 解析:原式 $= \sqrt{5} + \sqrt{0} - \sqrt{20} = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}.$

13.-3 解析:由题意,知 $\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq 0, \\ \frac{1}{2} - x \geq 0, \end{cases}$ 解

$$\text{得 } x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{所以 } y = 3 + 0 - 6 = -6,$$

$$\text{所以 } xy = \frac{1}{2} \times (-6) = -3.$$

14. $\sqrt{10} - 3$ 解析: 原式 $= (3 + \sqrt{10})^{2.015} \cdot (3 - \sqrt{10})^{2.015} (3 - \sqrt{10})$
 $= [(3 + \sqrt{10})(3 - \sqrt{10})]^{2.015} (3 - \sqrt{10})$
 $= (-1)^{2.015} \times (3 - \sqrt{10}) = \sqrt{10} - 3.$

15. $5\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$ 解析: 这个三角形的周长为 $\sqrt{20} + \sqrt{40} + \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{10} + 3\sqrt{5} = (5\sqrt{5} + 2\sqrt{10}) \text{ cm}.$

16. $2\sqrt{7}$ 解析: $(2 \text{ @ } 6) \text{ @ } 6 = (\sqrt{2 \times 6 + 4}) \text{ @ } 6 = 4 \text{ @ } 6 = \sqrt{4 \times 6 + 4} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$

17. $3\sqrt{3}$ 解析: 观察发现被开方数是 3 的倍数, 所以第 10 个数据是 $\sqrt{3 \times 9} = 3\sqrt{3}.$

18. 解: (1) $\frac{\sqrt{32} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}} + 2^{-1} = \frac{4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$

(2) $(4\sqrt{6} - 4\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{8}) \div 2\sqrt{2}$
 $= (4\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) \div 2\sqrt{2}$
 $= (4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}) \div 2\sqrt{2}$
 $= 4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \div 2\sqrt{2}$
 $= 2\sqrt{3} + 2.$

(3) $(3\sqrt{18} + \frac{1}{5}\sqrt{50} - 4\sqrt{\frac{1}{2}}) \div \sqrt{32}$
 $= (9\sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{2}) \div 4\sqrt{2}$
 $= 8\sqrt{2} \div 4\sqrt{2} = 2.$

(4) $\sqrt{27} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} - 2.$

19. 解: (1) $(9 + 4\sqrt{5})x^2 - (\sqrt{5} + 2)x + 4$
 $= (9 + 4\sqrt{5})(\sqrt{5} - 2)^2 - (\sqrt{5} + 2) \cdot (\sqrt{5} - 2) + 4$
 $= (9 + 4\sqrt{5})(9 - 4\sqrt{5}) - (5 - 4) + 4$
 $= 81 - 80 - 5 + 4 + 4$
 $= 4.$

(2) 原式 $= \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)} \div \frac{b-a}{ab}$
 $= \frac{a-b}{a+b} \cdot \frac{ab}{b-a} = -\frac{ab}{a+b}.$

因为 $ab = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 1, a + b = 2\sqrt{2},$

所以原式 $= -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$

20. 解: 由题意, 得 $5 - 3 < c < 5 + 3,$
 即 $2 < c < 8.$

所以 $\sqrt{c^2 - 4c + 4} - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - 4c + 16}$
 $= \sqrt{(c-2)^2} - \sqrt{\frac{1}{4}(c-8)^2}$

$$= c - 2 - \left[-\frac{1}{2}(c-8) \right]$$

$$= c - 2 + \frac{1}{2}c - 4 = \frac{3}{2}c - 6.$$

21. 解: 因为 $a + b = -6, ab = 3,$
 所以 $a < 0, b < 0.$

所以 $\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{ab}{a^2}} + \sqrt{\frac{ab}{b^2}}$
 $= \frac{1}{|a|} \sqrt{ab} + \frac{1}{|b|} \sqrt{ab}$
 $= -\frac{1}{a} \sqrt{ab} - \frac{1}{b} \sqrt{ab}$

$$= -\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \sqrt{ab} = -\frac{a+b}{ab} \sqrt{ab}.$$

当 $a + b = -6, ab = 3$ 时,

原式 $= -\frac{-6}{3} \sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$

22. 解: 由题意, 知 $a < 0, b > 0, a + b > 0,$
 故原式 $= |a - b| + |a + b| = -(a - b) + a + b = -a + b + a + b = 2b.$

23. 解: 由题意, 知 $a + b = 2 + \sqrt{6} + 2 - \sqrt{6} = 4,$

$$a - b = 2 + \sqrt{6} - 2 + \sqrt{6} = 2\sqrt{6},$$

$$ab = (2 + \sqrt{6})(2 - \sqrt{6}) = -2,$$

所以 $\left(a - b + \frac{4ab}{a - b}\right) \left(a + b - \frac{4ab}{a + b}\right)$

$$= \left(2\sqrt{6} + \frac{-8}{2\sqrt{6}}\right) \times \left(4 + \frac{8}{4}\right)$$

$$= \frac{12 - 4}{\sqrt{6}} \times 6 = 8\sqrt{6}.$$

24. 解: (1) $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})}$
 $= \sqrt{7} - \sqrt{6}.$

(2) $\frac{1}{3\sqrt{2} + \sqrt{17}}$
 $= \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{17}}{(3\sqrt{2} + \sqrt{17})(3\sqrt{2} - \sqrt{17})}$
 $= 3\sqrt{2} - \sqrt{17}.$

(3) $\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$
 $= \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}$
 $= \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n+1-n}$
 $= \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$

期中测试卷(二)

1.C 解析: 选项 A, B, D 中的三条线段均不满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 所以它们都不能构成直角三角形.

2.D 解析: 若 8 和 15 为直角边, 则第三边的长为 $\sqrt{8^2 + 15^2} = 17$; 若 15 为斜边, 则第三边的长为 $\sqrt{15^2 - 8^2} = \sqrt{161}.$

3.A 解析: 因为 $\angle ACB = \angle AC'B' = 90^\circ, AC = BC = 3,$ 所以 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 3\sqrt{2}, \angle CAB = 45^\circ.$
 因为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 大小、形状完

全相同,

所以 $\angle C'AB' = \angle CAB = 45^\circ, AB' = AB = 3\sqrt{2},$

所以 $\angle CAB' = 90^\circ,$ 所以 $B'C = \sqrt{AC'^2 + AB'^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{3}.$
 故选 A.

4.C 解析: 由题意, 知 $AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 10,$ 所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形ABCD}} - S_{\triangle ABE} = 10^2 - \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 76.$

5.D 解析: 因为 $8^2 + 15^2 = 17^2,$ 所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 所以斌斌家在学校的正北方向.

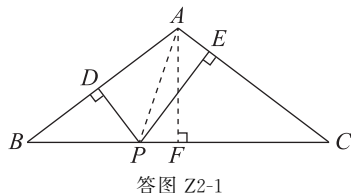
6.A 解析: 由题图, 知点 A 所表示的数 $x = -\sqrt{2},$ 所以 $x^2 - 1 = 2 - 1 = 1.$

7.B 解析: 由 $(a+b)^2 - c^2 = 2ab,$ 得 $a^2 + b^2 + 2ab - c^2 = 2ab,$ 即 $a^2 + b^2 = c^2,$ 故此三角形是直角三角形.

8.D 解析: A 项的逆命题: 外角和等于 360° 的多边形是四边形, 是假命题; B 项的逆命题: 如果两个角相等, 那么这两个角是同角的余角, 是假命题; C 项的逆命题: 对应角相等的两个三角形是全等三角形, 是假命题; D 项的逆命题: 在一个三角形中, 等角对等边, 是真命题, 故选 D.

9.D 解析: 由题意, 可得 $\angle APB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ, AP = 30 \text{ n mile},$
 所以 $AB = 2AP = 2 \times 30 = 60 (\text{n mile}),$
 所以此时轮船所在位置 B 处与灯塔 P 之间的距离为 $BP = \sqrt{AB^2 - AP^2} = \sqrt{60^2 - 30^2} = 30\sqrt{3} (\text{n mile}).$
 故选 D.

10.A 解析: 如答图 Z2-1, 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于点 F, 连接 AP.



答图 Z2-1

因为在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5, BC = 8,$
 所以 $BF = 4.$

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, 由勾股定理, 得 $AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$

因为 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle APC},$

所以 $\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times PD + \frac{1}{2} \times 5 \times PE,$

$$12 = \frac{1}{2} \times 5 \times (PD + PE),$$

$$PD + PE = 4.8.$$

11. $4\sqrt{3}$ 解析: 等边三角形的高为 $\sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}.$

12. $\sqrt{7}$ 解析: 因为 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, $OA = OB = 3,$ 所以 $OC \perp AB.$
 在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中,

$OC = \sqrt{BC^2 - OB^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$.
 因为以 O 为圆心, OC 长为半径画弧交数轴于点 M , 所以 $OM = OC = \sqrt{7}$,
 所以点 M 对应的实数为 $\sqrt{7}$.

13.6 解析: 由勾股定理, 得 $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (m), 所以小明所走的路程为 $5 + 1 = 6$ (m).

14.8 解析: 由 $\triangle DAB$ 的面积为 10, 得 $BC = 4$. 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $DC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, 所以 $AC = 3 + 5 = 8$.

15.4 解析: 斜边长为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (m), 则少走的距离是 $3 + 4 - 5 = 2$ (m), 即 4 步.

16.540 解析: 如答图 Z2-2, 设点 A 为建筑物顶端, 点 C 为飞机在建筑物顶端正上方时的位置, 点 B 为 20 s 后飞机的位置, 则 $AC = 4\ 000$ m, $AB = 5\ 000$ m,

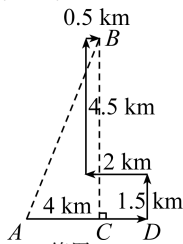
所以 $BC = \sqrt{5\ 000^2 - 4\ 000^2} = 3\ 000$ (m),
 速度为 $3\ 000 \div 20 \times 3\ 600 \div 1\ 000 = 540$ (km/h).

17.4 解析: 由题图, 得 $S_1 + S_2 = 1$, $S_3 + S_4 = 3$, 所以 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 4$.

18.解: 小汽车超速了. 理由如下:
 由勾股定理, 得
 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40$ (m),
 所以小汽车的速度是 $40 \div 2 = 20$ (m/s).
 因为 20 m/s = 72 km/h, $72 > 70$,
 所以这辆小汽车超速了.

19.解: 因为 $\triangle ABD$ 是等边三角形, 所以 $\angle B = 60^\circ$, $\angle BAD = 60^\circ$.
 因为 $\angle BAC = 90^\circ$, 所以 $\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$,
 所以 $\angle C = \angle CAD$, 所以 $CD = AD = AB = 2$. 所以 $BC = 4$.
 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理, 得 $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$.
 所以 $\triangle ABC$ 的周长是 $AC + BC + AB = 2\sqrt{3} + 4 + 2 = 6 + 2\sqrt{3}$.

20.解: 如答图 Z2-3, 过点 B 作 $BC \perp AD$ 于点 C ,
 则 $AC = 2.5$ km, $BC = 6$ km.
 由勾股定理, 得 $AB = 6.5$ km.
 故登陆点 A 与宝藏埋藏点 B 之间的距离是 6.5 km.



答图 Z2-3

21.解: 设 $EA = x$ km, 则 $EB = (25 - x)$ km.

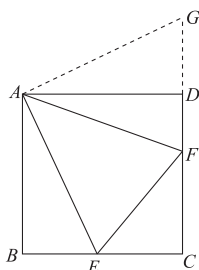
在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $DE^2 = AD^2 + AE^2$,
 即 $DE^2 = 10^2 + x^2$.

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $CE^2 = EB^2 + CB^2$,
 即 $CE^2 = (25 - x)^2 + 15^2$.

又因为 $DE^2 = CE^2$,
 所以 $10^2 + x^2 = (25 - x)^2 + 15^2$, 解得 $x = 15$.

故中转站 E 应建在距点 A 15 km 处.

22.证明: 如答图 Z2-4, 把 $\triangle ABE$ 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ADG$, 则 $BE = GD$, $AE = AG$.



答图 Z2-4

因为 $\angle EAF = 45^\circ$,
 所以 $\angle FAG = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,
 所以 $\angle EAF = \angle FAG$.

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AGF$ 中,
 $\begin{cases} AE = AG, \\ \angle EAF = \angle FAG, \\ AF = AF, \end{cases}$
 所以 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$ (SAS),
 所以 $EF = GF$,
 即 $EF = GD + DF$,
 所以 $EF = BE + DF$.

23.解: (1) $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形.
 理由: 因为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕其锐角顶点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\text{Rt}\triangle AED$,
 所以 $\angle BAC = \angle EAD$,
 所以 $\angle BAE = \angle BAC + \angle CAE = \angle CAE + \angle EAD = 90^\circ$.
 又因为 $AB = AE$, 所以 $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形.

(2) 因为四边形 $ABFE$ 的面积等于正方形 $ACFD$ 的面积, 所以四边形 $ABFE$ 的面积等于 b^2 .

(3) 因为 $S_{\text{四边形} ABFE} = S_{\triangle BAE} + S_{\triangle BFE}$,

即 $b^2 = \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}(b+a)(b-a)$,

整理, 得 $2b^2 = c^2 + (b+a)(b-a)$, 所以 $a^2 + b^2 = c^2$.

期中测试卷(三)

1.C 解析: 根据平行四边形的判定定理可知, A, B, D 均不符合判定平行四边

形的条件; C 满足两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

2.D 解析: 因为只有 ②③ 两块相互紧挨, 且角的两边互相平行, 角的两边的延长线的交点就是平行四边形的顶点, 所以带 ②③ 两块碎玻璃, 就可以确定原平行四边形玻璃的形状和大小, 故选 D.

3.C 解析: 如答图 Z3-1, 设 $\angle BAD$ 的平分线与 BC 交于点 E .

在 $\square ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 则 $\angle DAE = \angle AEB$.

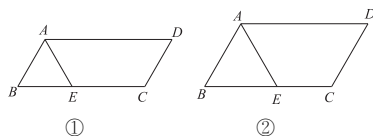
因为 AE 平分 $\angle BAD$, 所以 $\angle BAE = \angle DAE$,

所以 $\angle BAE = \angle AEB$, 所以 $AB = BE$,
 所以 $BC = BE + EC$.

如答图 Z3-1 ①, 当 $BE = 3$, $EC = 4$ 时,
 $\square ABCD$ 的周长是 $2(AB + BC) = 2 \times (3 + 3 + 4) = 20$;

如答图 Z3-1 ②, 当 $BE = 4$, $EC = 3$ 时,
 $\square ABCD$ 的周长是 $2(AB + BC) = 2 \times (4 + 4 + 3) = 22$.

故选 C.



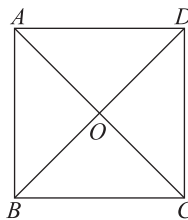
答图 Z3-1

4.B 解析: 因为 D, E 分别为 BC, AB 的中点, 且 $AC = 6$ cm, $AB = 8$ cm, 所以 $DE = 3$ cm, $AE = 4$ cm, $AD = \frac{1}{2}BC$. 又

因为 $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10$ cm, 所以 $AD = 5$ cm, 所以 $\triangle ADE$ 的周长为 12 cm.

5.B 解析: 因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 $AC = BD$, $OA = OC$, $\angle BAD = 90^\circ$.
 因为 $\angle ADB = 30^\circ$, 所以 $AC = BD = 2AB = 8$, 所以 $OC = \frac{1}{2}AC = 4$. 故选 B.

6.C 解析: 如答图 Z3-2, 由正方形的性质, 得 $AB = BC = CD = DA$, $AO = OC = OD = OB$, $AC \perp BD$, 所以等腰直角三角形有 $\triangle ABD$, $\triangle ABC$, $\triangle DCA$, $\triangle DCB$, $\triangle AOD$, $\triangle AOB$, $\triangle DOC$, $\triangle COB$, 共 8 个.



答图 Z3-2

7.B 解析: 由正方形的性质, 知

$\angle ACD = \angle ACB = 45^\circ$, $BC = DC$,
 $CF = CF$,

所以 $\triangle CDF \cong \triangle CBF$, 所以 $BF = DF$.
 同理, $BE = ED$.

所以当 $BE = DF$ 时, $BF = DF = BE = ED$, 四边形 $BEDF$ 是菱形.

8.A 解析: 因为 $AD = DE$, $DO \parallel AB$,
 所以 OD 为 $\triangle ABE$ 的中位线, 所以
 $OD = OC$.

因为在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle EOD$ 中, $AD = ED$,
 $\angle ADO = \angle EDO$, $DO = DO$, 所以
 $\triangle AOD \cong \triangle EOD$ (SAS).

因为在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOC$ 中, $AD = BC$,
 $\angle ADO = \angle C$, $DO = CO$, 所以 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$ (SAS).

因为 $\triangle AOD \cong \triangle EOD$, 所以 $\triangle BOC \cong \triangle EOD$, 故 B, C, D 均正确, 故选 A.

9.C 解析: 因为 E, F 分别是 AB, BC 边上的中点, $EF = \sqrt{3}$, 所以 $AC = 2EF = 2\sqrt{3}$. 因为菱形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于 O 点, 所以 $OB = \frac{1}{2}BD = 2$, $OA = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3}$, $AC \perp BD$. 所以在 $Rt\triangle AOB$ 中, 由勾股定理, 得 $AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$. 所以菱形 ABCD 的周长为 $4AB = 4\sqrt{7}$.

10.D 解析: 因为 $\triangle ABC$, $\triangle DCE$ 是等边三角形, 所以 $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$, $AC = CD$. 因为 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 向右平移到 $\triangle DCE$ 的位置, 所以 $\angle ACD = 180^\circ - \angle ACB - \angle DCE = 60^\circ$, 所以 $\triangle ACD$ 是等边三角形, 所以 $AD = AC = BC$, 故①正确;

由①可得, $AD = BC$, 因为 $AB = CD$, 所以四边形 ABCD 是平行四边形, 所以 BD, AC 互相平分, 故②正确;

由①可得, $AD = AC = CE = DE$, 故四边形 ACED 是菱形, 即③正确.

综上所述, 正确的结论共 3 个.

11.70° 解析: 因为 D, E 分别为 AB, AC 的中点, 所以 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 所以 $DE \parallel BC$, 所以 $\angle ADE = \angle B = 70^\circ$.

12.3 解析: 因为 AC 平分 $\angle BAD$, 所以 $\angle 1 = \angle BAC$. 又因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle BAC = \angle 2$, 所以 $AB \parallel DC$. 又因为 $AB = DC$, 所以四边形 ABCD 是平行四边形, 所以 $BC = AD$. 又因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $AD = DC = 3$, 所以 $BC = 3$.

13.2 $\sqrt{3}$ 解析: 因为四边形 ABCD 是矩形, 所以 $OA = OB$. 因为 $\angle AOD = 120^\circ$, 所以 $\angle AOB = 60^\circ$, 所以 $\triangle AOB$ 为等边三角形.

所以 $AO = BO = AB = 1$,

所以 $AC = 2AO = 2$.

因为 $DC = AB = 1$,

所以 $AD^2 = AC^2 - DC^2 = 4 - 1 = 3$,

所以 $AD = \sqrt{3}$.

14. $AC = BD$ 或 $AB \perp BC$ (答案不唯一)

解析: 根据对角线相等的菱形是正方形, 可添加 $AC = BD$; 根据有一个角是直角的菱形是正方形, 可添加 $AB \perp BC$.

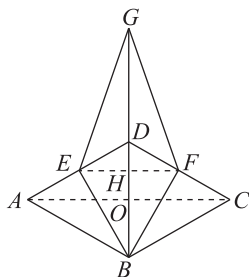
15.5 解析: 因为 $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$, 点 O 是 BD 的中点, 所以 $OA = \frac{1}{2}BD$, $OC = \frac{1}{2}BD$, 所以 $OA = OC$.

因为 $OA = 5$ cm, 所以 $OC = 5$ cm.

16.15° 解析: 因为四边形 ABCD 是正方形, 所以 $\angle BAD = 90^\circ$, AC 平分 $\angle BAD$, 所以 $\angle CAD = 45^\circ$.

因为 $\triangle ADE$ 是等边三角形, 所以 $\angle DAE = 60^\circ$, 所以 $\angle EAC = 15^\circ$.

17. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ 解析: 如答图 Z3-3, 连接 AC, EF, 分别交 BD 于点 O, H.



答图 Z3-3

在菱形 ABCD 中, $AC \perp BD$.

因为 $BE \perp AD$, $AE = DE$,

所以 $AB = BD$.

又因为菱形的边 $AB = AD$,

所以 $\triangle ABD$ 是等边三角形,

所以 $\angle ADB = 60^\circ$.

设 $AB = 4x$.

因为 $AE = DE$,

所以由菱形的对称性, 得 $CF = DF$,

所以 EF 是 $\triangle ACD$ 的中位线,

所以 $DH = \frac{1}{2}DO = \frac{1}{4}BD = x$.

在 $Rt\triangle EDH$ 中, 由勾股定理, 得

$EH = \sqrt{DE^2 - DH^2} = \sqrt{3}x$.

因为 $DG = BD$,

所以 $GH = BD + DH = 4x + x = 5x$.

在 $Rt\triangle EGH$ 中, 由勾股定理, 得

$EG = \sqrt{EH^2 + GH^2}$

$= \sqrt{(\sqrt{3}x)^2 + (5x)^2} = 2\sqrt{7}x$,

所以 $\frac{EG}{AB} = \frac{2\sqrt{7}x}{4x} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

18. 证明: 因为 BD, BE 分别是 $\angle ABC$, $\angle ABP$ 的平分线,

所以 $\angle ABD + \angle ABE = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ABP) = 90^\circ$.

即 $\angle EBD = 90^\circ$.

又因为 $AE \perp BE$, $AD \perp BD$,

所以 $\angle E = \angle D = 90^\circ$,

所以四边形 AEBD 是矩形.

19. 证明: (1) 因为四边形 ABCD 为平行四边形, 所以 $AB = CD$, $\angle A = \angle C$.

又因为 $AE = CF$, 所以 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS).

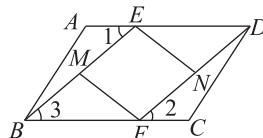
(2) 如答图 Z3-4, 由 (1), 得 $BE = DF$. 因为 M, N 分别是 BE, DF 的中点, 所以 $ME = NF$.

由 (1), 得 $\angle 1 = \angle 2$, 又因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle 1 = \angle 3$,

所以 $\angle 2 = \angle 3$,

所以 $BE \parallel DF$, 即 $ME \parallel NF$.

所以四边形 MFNE 是平行四边形.



答图 Z3-4

20. 证明: 因为四边形 ABCD 是正方形, 所以 $CO = DO$.

又因为 $DE = CF$, 所以 $OD - DE = OC - CF$, 即 $OF = OE$.

在 $Rt\triangle AOE$ 和 $Rt\triangle DOF$ 中,

$AO = DO$, $\angle AOE = \angle DOF$, $OE = OF$, 所以 $\triangle AOE \cong \triangle DOF$ (SAS), 所以 $\angle OAE = \angle ODF$.

因为 $\angle OAE + \angle AEO = 90^\circ$, $\angle AEO = \angle DEM$,

所以 $\angle ODF + \angle DEM = 90^\circ$, 所以 $AM \perp DF$.

21. (1) 证明: 因为四边形 ABCD 是平行四边形, 所以 $AD \parallel BC$, $AD = BC$.

因为 E, F 分别是边 BC, AD 的中点,

所以 $AF = \frac{1}{2}AD$, $CE = \frac{1}{2}BC$,

所以 $AF = CE$, 且 $AF \parallel CE$,

所以四边形 AECF 是平行四边形.

(2) 解: 因为 $EF \perp AC$, 四边形 AECF 是平行四边形,

所以四边形 AECF 是菱形,

所以 $CE = CF$.

因为 E 是边 BC 的中点, 且 $BC = 10$,

所以 $BE=CE=\frac{1}{2}BC=5$,

所以 $CF=5$.

22. 证明: (1) 因为 $AD=CD$, 点 E 是边 AC 的中点,

所以 $DE \perp AC$, 即 DE 是线段 AC 的垂直平分线,

所以 $AF=CF$, 所以 $\angle FAC=\angle ACB$. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由 $\angle BAC=90^\circ$, 得 $\angle B+\angle ACB=90^\circ$, $\angle FAC+\angle BAF=90^\circ$,

所以 $\angle B=\angle BAF$, 所以 $AF=BF$.

(2) 因为 $AG \parallel CF$, 所以 $\angle AGE=\angle CFE$.

又因为点 E 是边 AC 的中点, 所以 $AE=CE$.

在 $\triangle AEG$ 和 $\triangle CEF$ 中, $\angle AGE=\angle CFE$, $\angle AEG=\angle CEF$, $AE=CE$, 所以 $\triangle AEG \cong \triangle CEF$, 所以 $AG=CF$.

又因为 $AG \parallel CF$, 所以四边形 $AFCG$ 是平行四边形.

因为 $AF=CF$, 所以四边形 $AFCG$ 是菱形.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由 $AF=CF$, $AF=BF$, 得 $BF=CF$, 即点 F 是边 BC 的中点.

又因为 $AB=AC$, 所以 $AF \perp BC$, 即 $\angle AFC=90^\circ$,

所以四边形 $AFCG$ 是正方形.

期中测试卷(四)

1.B 2.D 3.B 4.C 5.C

6.C 解析: 显然红花、白花种植面积一定相等, 粉花、黄花种植面积一定相等, 由于 $\triangle ABD$ 的面积与 $\triangle CDB$ 的面积相等, 故紫花、橙花种植面积一定相等. 因此, A, B, D 选项正确, C 选项错误.

7.D

8.C 解析: 根据题意, 知 $\sqrt{135n}$ 能够写成 $\sqrt{a^2}$ 的形式, 把 135 分解成 $135=3^2 \times 15$, 其中出现了 3^2 和 15, 所以满足条件的最小正整数为 15.

9.D 解析: 因为 $AC=2$, $BD=4$, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 $AO=\frac{1}{2}AC=1$, $BO=\frac{1}{2}BD=2$.

又因为 $AB=\sqrt{3}$, 所以 $AB^2+AO^2=BO^2$, 所以 $\angle BAC=90^\circ$.

因为在 $Rt\triangle BAC$ 中, $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{7}$,

$S_{Rt\triangle BAC}=\frac{1}{2}AB \cdot AC=\frac{1}{2}BC \cdot AE$,

所以 $\sqrt{3} \times 2 = \sqrt{7} AE$, 所以 $AE=\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

故选 D.

10.A 解析: 由勾股定理及正方形的面积可知, A 的面积 + B 的面积 + C 的面积 + D 的面积 = 100 cm^2 , 所以 D 的面积为 14 cm^2 , 所以正方形 D 的边长为 $\sqrt{14} \text{ cm}$.

11.2 12.8 24 4.8

13.10 解析: 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $BO=DO$.

又因为点 E 是 AB 的中点,

所以 OE 为 $\triangle ABD$ 的中位线, 所以 $AD=2OE$.

因为 $OE=5 \text{ cm}$, 所以 $AD=10 \text{ cm}$.

14.12 解析: 因为图中的八个直角三角形全等, 所以设每个三角形的面积为 S , 则 $S_1-S_2=4S$, $S_2-S_3=4S$, 所以 $S_1-S_2=S_2-S_3$, 所以 $S_1+S_3=2S_2=2 \times 2^2=8$, 所以 $S_1+S_2+S_3=8+4=12$.

15.22.5°

16.1 解析: 由 $|x+2|$ 和 $\sqrt{y-3}$ 都是非负数, 得 $\begin{cases} x+2=0, \\ y-3=0, \end{cases}$

所以 $\begin{cases} x=-2, \\ y=3. \end{cases}$ 所以 $(x+y)^{2016}=1$.

17.3 解析: 根据平行四边形对角线互相平分, 得 $OA+OB=\frac{1}{2}(AC+BD)=$

12 cm . 因为 $C_{\triangle OAB}=OA+OB+AB=18 \text{ cm}$, 所以 $AB=6 \text{ cm}$. 因为点 E, F 分别是线段 AO, BO 的中点, 所以 EF 是 $\triangle OAB$ 的中位线, 所以 $EF=\frac{1}{2}AB=3 \text{ cm}$.

18.解: (1) 原式 $=a+2\sqrt{a}-a=2\sqrt{a}$.

(2) $(\sqrt{6}+\sqrt{8}) \times \sqrt{3}=\sqrt{6} \times \sqrt{3}+\sqrt{8} \times \sqrt{3}=\sqrt{18}+\sqrt{24}=3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$;

$(4\sqrt{6}-3\sqrt{2}) \div 2\sqrt{2}=4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2}-3\sqrt{2} \div 2\sqrt{2}=2\sqrt{3}-\frac{3}{2}$;

$(\sqrt{5}+6)(3-\sqrt{5})=3\sqrt{5}-(\sqrt{5})^2+18-6\sqrt{5}=13-3\sqrt{5}$.

19.解: 当 A, D, E 三点在一条直线上, 且点 D 在线段 AE 上时, AE 最大, 此时 $AE=AD+DE=3$,

所以在 $Rt\triangle AEF$ 中, $AF=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$.

20.解: 原式 $=(\sqrt{a}+\sqrt{b})[(\sqrt{a}+\sqrt{b})-(\sqrt{a}-\sqrt{b})]$

$=(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \cdot 2\sqrt{b}$

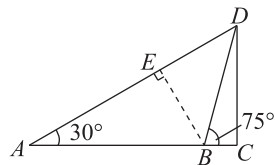
$=2\sqrt{ab}+2b$.

当 $a=3, b=4$ 时, 原式 $=8+4\sqrt{3}$.

21.解: (1) 如答图 Z4-1, 过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E ,

在 $Rt\triangle ABE$ 中, 因为 $\angle A=30^\circ$,

所以 $BE=\frac{1}{2}AB=20 \text{ m}$, 即点 B 到 AD 的距离为 20 m .



答图 Z4-1

(2) 由勾股定理, 得 $AE=20\sqrt{3} \text{ m}$.

因为 $\angle A=30^\circ$, $\angle DBC=75^\circ$,

所以 $\angle ADB=45^\circ$, 所以 $BE=DE=20 \text{ m}$,

所以 $AD=(20+20\sqrt{3}) \text{ m}$,

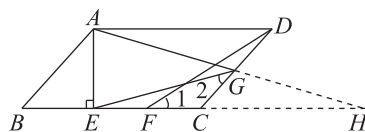
所以 $CD=\frac{1}{2}AD=(10+10\sqrt{3}) \text{ m}$.

22.(1) 解: 因为点 F 为 CE 的中点, 所以 $CE=CD=2CF=4$.

又因为四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 所以 $AB=CD=4$.

在 $Rt\triangle ABE$ 中, 由勾股定理, 得 $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{7}$.

(2) 证明: 如答图 Z4-2, 延长 AG, BC 交于点 H .



答图 Z4-2

因为 $CE=CD$, $\angle 1=\angle 2$, $\angle ECG=\angle DCF$,

所以 $\triangle CEG \cong \triangle CDF$, 所以 $CG=CF$.

因为 $CD=CE=2CF$, 所以 $CG=GD$.

因为 $AD \parallel BC$,

所以 $\angle DAG=\angle H$, $\angle ADG=\angle HCG$,

所以 $\triangle ADG \cong \triangle HCG$, 所以 $AG=HG$.

因为 $\angle AEH=90^\circ$, 所以 $EG=AG=HG$,

所以 $\angle CEG=\angle H$.

因为 $\angle AGE=\angle CEG+\angle H$,

所以 $\angle AGE=2\angle CEG$, 即 $\angle CEG=\frac{1}{2}\angle AGE$.

23.解: (1) 因为四边形 $ABCD$ 为正方形, 所以 $AC \perp BD$.

因为 $PF \perp BD$, 所以 $PF \parallel AC$. 同理 $PE \parallel BD$.

所以四边形 $PFOE$ 为矩形,

故 $PE=OF$.

又因为 $\angle PBF=45^\circ$, 所以 $PF=BF$.

所以 $PE+PF=OF+BF=OB$.

在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中, $OB^2+OC^2=BC^2$,

所以 $2OB^2=a^2$,

所以 $OB=\frac{\sqrt{2}}{2}a$, 即 $PE+PF=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

(2) 因为四边形 $ABCD$ 为正方形,

所以 $AC\perp BD$.

因为 $PF\perp BD$, 所以 $PF\parallel AC$.

同理 $PE\parallel BD$.

所以四边形 $PFOE$ 为矩形,

所以 $PE=OF$.

又因为 $\angle PBF=45^\circ$, 所以 $PF=BF$.

所以 $PE-PF=OF-BF=OB$.

由(1), 得 $OB=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,

所以 $PE-PF=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

期末测试卷(一)

1.A 解析:要使函数 $y=\sqrt{3-x}+\frac{1}{x-4}$

有意义, 则 $\begin{cases} 3-x\geq 0, \\ x-4\neq 0, \end{cases}$ 所以 $x\leq 3$, 故选 A.

2.D 解析:设正比例函数的解析式为 $y=kx(k\neq 0)$, 把 $(-1, 2)$ 代入, 得 $k=-2$, 所以 $y=-2x$. 当 $x=1$ 时, $y=-2$, 故选 D.

3.D 解析:当 $x=2$ 时, $a=\frac{1}{2}\times 2=1$, 所以点 Q 的坐标为 $(1, -2)$, 所以点 Q 在第四象限.

4.A 解析:因为 $k=-8<0$, 所以 y 随 x 的增大而减小. 又因为 $-5<3$, 所以 $y_1>y_2$.

5.C 解析:由题图可知, 在 $(-1, 1)$ 的左边, $(2, 2)$ 的右边, $y_1>y_2$, 所以 $x<-1$ 或 $x>2$.

6.D 解析:本题将函数的图象分两部分进行讨论得出答案. 当 $x>0$ 时, $y=\frac{x^2+2x}{x}=x+2$; 当 $x<0$ 时, $y=\frac{x^2+2x}{-x}=-x-2$, 然后分别画出图象, 需要注意的就是 $x\neq 0$.

7.B 解析:假设运动速度为 1.

①当点 P 在线段 AD 上时, $S=\frac{1}{2}AB\cdot AP=t$, 所以函数图象第一部分应该是正比例函数图象;

②当点 P 在线段 DE 上时, $S=\frac{1}{2}AB\cdot 2=2$, 所以此时函数图象是一条平行于

横轴的线段;

③当点 P 在线段 EF 上时, $S=\frac{1}{2}AB\cdot (4-t)=4-t$, 所以此时函数图象是一次函数图象;

④当点 P 在线段 FG 上时, $S=\frac{1}{2}AB\cdot 1=1$, 所以此时函数图象是一条平行于横轴的线段;

⑤当点 P 在线段 GB 上时, $S=\frac{1}{2}AB\cdot (6-t)=6-t$, 所以此时函数图象是一次函数图象.

故选 B.

8.B 解析:由题意, 知 $y=24-2x$. 因为 $2x>24-2x$, 所以 $4x>24$, 解得 $x>6$. 又因为 $24-2x>0$, 所以 $x<12$. 所以 $6<x<12$.

9.D 解析:解方程组 $\begin{cases} y=2x-1, \\ y=x+1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases}$

所以两直线的交点坐标为 $(2, 3)$.

10.A 解析:因为函数 $y=2x$ 和 $y=ax+4$ 的图象相交于点 $A(m, 3)$, 所以 $3=2m$, $m=1.5$, 所以点 A 的坐标是 $(1.5, 3)$, 所以不等式 $2x<ax+4$ 的解集为 $x<1.5$.

11.-1 解析:由一次函数的定义, 知 $k=\pm 1$, 且 $k-1\neq 0$, 解得 $k=-1$.

12. $y=-2x-3$ 解析:将直线 $y=-2x+1$ 向下平移 4 个单位长度后, 得 $y=-2x+1-4$, 即 $y=-2x-3$.

13. $y=x$ 解析:因为直线经过原点, 所以 $m-1=0$, 即 $m=1$. 所以 $y=(2-m)x+m-1=x$, 即 $y=x$.

14.三 解析:将 $A(1, 0)$ 和 $B(0, 2)$ 代入一次函数 $y=kx+b$ 中, 得 $\begin{cases} k+b=0, \\ b=2, \end{cases}$ 解

得 $\begin{cases} k=-2, \\ b=2, \end{cases}$ 所以一次函数解析式为

$y=-2x+2$, 它的图象不经过第三象限.

15. $x>3$ 解析:由题意可得, $\begin{cases} 3+b=5, \\ 3k+6=5, \end{cases}$ 解得 $b=2, k=-\frac{1}{3}$, 所

以原不等式为 $x+2>-\frac{1}{3}x+6$, 解

得 $x>3$.

16. $(\frac{4}{3}, 1)$ 解析:因为 $y=-\frac{3}{2}x+3$, 所以 $2y+3x-6=0$. 所以直线 $y=$

$3x-3$ 与 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 的交点坐标恰

好是方程组 $\begin{cases} y-3x+3=0, \\ 2y+3x-6=0 \end{cases}$ 的解,

即 $\begin{cases} x=\frac{4}{3}, \\ y=1. \end{cases}$

17.(1, 3) 解析:因为点 $A(-2, 0)$ 在直线 $y=x+b$ 上, 所以 $b=2$, 故直线的解析式为 $y=x+2$; 由 B 和 B' 关于 y 轴对称, 得 B' 的坐标为 $(1, 0)$. 当 $x=1$ 时, $y=1+2=3$, 则点 C' 的坐标是 $(1, 3)$.

18.解:(1)把 $(2, a)$ 代入 $y=\frac{1}{2}x$, 得 $a=$

$\frac{1}{2}\times 2=1$.

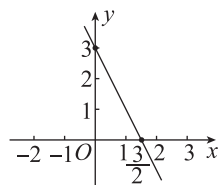
因为直线 $y=kx+b$ 经过点 $(2, 1)$ 和点 $(-1, -5)$,

所以 $\begin{cases} 2k+b=1, \\ -k+b=-5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=2, \\ b=-3. \end{cases}$

所以 $y=2x-3$.

(2)因为当 $x=3$ 时, $y=2\times 3-3=3$, 所以点 $P(3, 3)$ 在该一次函数的图象上.

19.解:函数 $y=-2x+3$ 的图象如答图 M1-1.



答图 M1-1

(1)当 $y=-2$ 时, 由 $-2x+3=-2$, 得 $x=\frac{5}{2}$.

因为 $y=-2x+3, -2\leq 0$, 所以 y 随 x 的增大而减小, 所以不等式 $-2x+3\leq -2$ 的解集为 $x\geq \frac{5}{2}$.

(2)当 $x=1$ 时, $y=-2\times 1+3=1$.

由图象, 知当 $x\geq 1$ 时, $y\leq 1$.

20.解:(1)设函数解析式为 $y+3=kx(k\neq 0)$.

由题意, 得 $7+3=2k$, 所以 $k=5$.

所以 y 与 x 的函数解析式为 $y=5x-3$.

(2)当 $x=-\frac{1}{2}$ 时, $y=-\frac{11}{2}$.

(3)设平移后直线的解析式为 $y=5x+m$,

根据题意, 得 $-3=5\times 4+m$,

所以 $m=-23$.

因此平移后直线的解析式为 $y=5x-23$.

21.解:(1)根据图象信息, 知

货车的速度 $v_{\text{货车}}=\frac{300}{5}=60(\text{km/h})$.

因为轿车到达乙地的时间为货车出发后 4.5 h, 所以轿车到达乙地时, 货车行驶的路程为 $4.5 \times 60 = 270$ (km), 此时, 货车距乙地的距离为 $300 - 270 = 30$ (km).

所以轿车到达乙地后, 货车距乙地 30 km.

(2) 设 CD 段函数解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) ($2.5 \leq x \leq 4.5$).

因为 $C(2.5, 80)$, $D(4.5, 300)$ 在其图象上,

所以 $\begin{cases} 2.5k + b = 80, \\ 4.5k + b = 300, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 110, \\ b = -195. \end{cases}$

所以 CD 段函数解析式为 $y = 110x - 195$ ($2.5 \leq x \leq 4.5$).

(3) 设货车从甲地出发 x h 后再与轿车相遇.

因为 $v_{\text{货车}} = 60$ km/h,

$v_{\text{轿车}} = \frac{300 - 80}{4.5 - 2.5} = 110$ (km/h),

所以 $110(x - 4.5) + 60x = 300$,

解得 $x \approx 4.68$ (h).

答: 货车从甲地出发约 4.68 h 后再与轿车相遇.

22. 解: (1) 点 M 不是和谐点, 点 N 是和谐点. 理由如下:

因为 $1 \times 2 \neq 2 \times (1 + 2)$, $4 \times 4 = 2 \times (4 + 4)$,

所以点 M 不是和谐点, 点 N 是和谐点.

(2) 由题意, 得当 $a > 0$ 时, $(a + 3) \times 2 = 3a$, 所以 $a = 6$.

点 $P(a, 3)$ 在直线 $y = -x + b$ 上, 代入, 得 $b = 9$.

当 $a < 0$ 时, $(-a + 3) \times 2 = -3a$, 所以 $a = -6$.

点 $P(a, 3)$ 在直线 $y = -x + b$ 上, 代入, 得 $b = -3$.

所以 $a = 6, b = 9$ 或 $a = -6, b = -3$.

23. 解: (1) 设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

由函数图象, 得 $\begin{cases} 250 = 50k + b, \\ 100 = 200k + b, \end{cases}$ 解

得 $\begin{cases} k = -1, \\ b = 300. \end{cases}$

所以 y 与 x 之间的函数解析式为 $y = -x + 300$.

(2) 设甲品牌的文具盒进货单价为 m 元, 则乙品牌的文具盒进货单价为 $2m$ 元. 因为当 $x = 120$ 时, $y = 180$,

所以 $120m + 180 \times 2m = 7\ 200$,

解得 $m = 15$, 所以 $2m = 30$.

故甲品牌的文具盒进货单价为 15 元, 乙品牌的文具盒进货单价为 30 元.

(3) 设进甲品牌文具盒 a 个, 则进乙品

牌文具盒 $(-a + 300)$ 个. 根据题意, 得

$$\begin{cases} 15a + 30(-a + 300) \leq 6\ 300, \\ 4a + 9(-a + 300) \geq 1\ 795, \end{cases}$$

解得 $180 \leq a \leq 181$.

所以整数 $a = 180$ 或 $a = 181$.

所以该超市有两种进货方案:

方案①: 甲品牌的文具盒进 180 个, 乙品牌的文具盒进 120 个;

方案②: 甲品牌的文具盒进 181 个, 乙品牌的文具盒进 119 个.

设总获利为 w , 则 $w = 4a + 9(-a + 300) = 2\ 700 - 5a$, 且 $-5 < 0$,

所以 w 随着 a 的增大而减小,

故当 $a = 180$ 时, w 最大,

最大值为 $2\ 700 - 5 \times 180 = 1\ 800$ (元).

故有两种进货方案, 方案①获利最大, 最大获利为 1 800 元.

期末测试卷(二)

1.C 解析: 30 名学生参加活动的平均次数

$$\text{是 } \frac{1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 11 + 4 \times 11}{30} =$$

$$\frac{90}{30} = 3, \text{ 故选 C.}$$

2.D 解析: 要确定众数, 必须先确定 x , 由平均数的概念可知, $70 \times 1 + 80 \times 3 + 90x + 100 \times 1 = 85(1 + 3 + x + 1)$, 即

$410 + 90x = 425 + 85x$, 解得 $x = 3$. 从而可知这组数据中 80 分和 90 分出现的次数最多, 都是 3 次, 故众数有两个, 80 分和 90 分.

3.A 解析: 这 13 双运动鞋尺码数据中出现次数最多的是 39, 按从小到大的顺序排列, 最中间的数也是 39.

4.B 解析: 观察条形统计图可得, 这些工人日加工零件个数的平均数为 $(4 \times 4 + 5 \times 8 + 6 \times 10 + 7 \times 4 + 8 \times 6) \div 32 = 6$. 根据中位数的定义, 将这 32 个数据按从小到大的顺序排列, 其中第 16 个、第 17 个都是 6, 所以这些工人日加工零件个数的中位数是 6. 因为在这 32 个数据中, 6 出现了 10 次, 出现的次数最多, 所以这些工人日加工零件个数的众数是 6.

5.D 解析: 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则数据的波动越大, 稳定性越小; 反之, 则数据的波动越小, 稳定性越好, 所以要比较这两名同学的成绩哪一个更为稳定, 通常需要比较他们成绩的方差. 故选 D.

6.A 解析: 因为 $185 > 180$, 所以甲和丙成绩好. 又因为 $3.6 < 7.4$, 所以甲的成绩更稳定. 故选 A.

7.D 解析: 9 名选手的成绩各不相同, 则这组成绩的中位数为第 5 名的成绩, 知

道第 5 名的成绩和自己的成绩, 就可判断能否进入前 5 名, 故选 D.

8.D 解析: 按从小到大的顺序排列为 1, 2, 3, x , 4, 5, 若这组数据的中位数为 3, 则 $x = 3$,

所以这组数据的平均数是 $(1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 5) \div 6 = 3$,

所以这组数据的方差是 $\frac{1}{6} \times [(1-3)^2 +$

$$(2-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2] = \frac{5}{3}.$$

9.C 解析: 这 10 个果子的平均质量为

$$\frac{1}{10} \times (0.28 + 0.26 + 0.24 + 0.23 + 0.25 +$$

$$0.24 + 0.26 + 0.26 + 0.25 + 0.23) = 0.25 \text{ (kg)},$$

则 80 棵果树摘得的果子的总质量约为

$$0.25 \times \frac{10}{2} \times 80 = 100 \text{ (kg)}, \text{ 故选 C.}$$

10.A 解析: 因为 $6 = \frac{1}{5} \times (4 + 6 + 8 +$

$$a + 5), \text{ 所以 } a = 7, \text{ 所以 } s^2 = \frac{1}{5} \times$$

$$[(4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (7-6)^2 + (5-6)^2] = 2.$$

11. 1.4, 1.35 解析: 因为在这组数据中出现次数最多的是 1.4, 所以众数是 1.4. 要求这组数据的中位数, 把这组数据按照从小到大的顺序排列, 第 15 个和第 16 个数的平均数是 $(1.3 + 1.4) \div 2 = 1.35$, 所以中位数是 1.35.

12. 甲 解析: 因为 $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$, 所以甲芭蕾舞团参加演出的女演员身高更整齐.

13. 8 000 解析: $\frac{1}{10} \times (65 + 70 + 85 +$

$$74 + 86 + 78 + 74 + 92 + 82 + 94) = 80 \text{ (只)}, \text{ 故估计该小区这 100 户居民家}$$

庭上月使用塑料袋 $80 \times 100 = 8\ 000$ (只).

14. 0 解析: 由题意, 知 a 为 3, b 为 3, c 为 3, 所以 a, b, c 的方差是 0.

15. 2 解析: 数据 2 出现了 2 次, 其他数据都出现了 1 次. 因为众数唯一, 所以 a 为 2, 所以这组数据为 1, 2, 2, 2, 3, 5, 其中位数是 2.

16. 85.2 解析: $84 \times 0.3 + 80 \times 0.3 + 90 \times 0.4 = 85.2$ (分).

17. $\frac{4}{3}$ 解析: 该组数据的平均数为

$$165 \text{ cm}, \text{ 所以 } s^2 = \frac{1}{9} \times [(163-165)^2 +$$

$$(165-165)^2 + (167-165)^2 + (164-165)^2 + (165-165)^2 + (166-165)^2 +$$

$$(165-165)^2 + (164-165)^2 + (166-165)^2]$$

$$= \frac{4}{3}.$$

18.解:(1)参赛选手年龄的众数是 14 岁,中位数是 15 岁.

(2)全体参赛选手共有 $5+19+12+14=50$ (名).

因为 $50 \times 28\% = 14$ (名),

所以小明是 16 岁年龄组的选手.

19.解:(1)三

(2) $\frac{5+15}{60} \times 1800 = 600$,

故该校捐款数不少于 16 元的学生人数大约为 600.

20.解:(1)甲种电子钟日走时误差的平均数是

$\frac{1}{10} \times (1-3-4+4+2-2+2-1-1+2) = 0$ (s),

乙种电子钟日走时误差的平均数是

$\frac{1}{10} \times (4-3-1+2-2+1-2+2-2+1) = 0$ (s),

所以两种电子钟日走时误差的平均数都是 0 s.

(2) $s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{10} \times [(1-0)^2 + (-3-0)^2 + \dots + (2-0)^2]$

$= \frac{1}{10} \times 60 = 6$,

$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{10} \times [(4-0)^2 + (-3-0)^2 + \dots + (1-0)^2]$

$= \frac{1}{10} \times 48 = 4.8$,

所以甲、乙两种电子钟日走时误差的方差分别是 6 和 4.8.

(3)我会买乙种电子钟,因为走时误差的平均数相同,但甲的方差比乙的大,说明乙的稳定性更好,故乙种电子钟的质量更优.

21.解:(1)平时的数学成绩的平均分为 $(109+110+108+109) \div 4 = 109$ (分).

(2)109 分 109 分

(3)上学期的数学总评成绩为

$109 \times 15\% + 110 \times 40\% + 116 \times 45\% = 112.55$ (分).

22.解:(1)84.5 84

(2)设笔试成绩和面试成绩所占的百分比分别为 x, y .

由题意,得 $\begin{cases} x+y=1, \\ 85x+90y=88, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=0.4, \\ y=0.6. \end{cases}$

所以笔试成绩和面试成绩所占的百分比分别为 40% 和 60%.

(3)2 号选手的综合成绩为 $92 \times 0.4 + 88 \times 0.6 = 89.6$ (分),

3 号选手的综合成绩为 $84 \times 0.4 + 86 \times$

$0.6 = 85.2$ (分),

4 号选手的综合成绩为 $90 \times 0.4 + 90 \times 0.6 = 90$ (分),

5 号选手的综合成绩为 $84 \times 0.4 + 80 \times 0.6 = 81.6$ (分),

6 号选手的综合成绩为 $80 \times 0.4 + 85 \times 0.6 = 83$ (分),

所以综合成绩最高的两名选手是 4 号和 2 号.

期末测试卷(三)

1.D 解析: $\sqrt{4} = 2, \sqrt[3]{8} = 2, \pi^0 = 1$, 故选 D.

2.D 解析: 因为 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 所以 $x-1 \geq 0$, 解得 $x \geq 1$, 所以选项 A 错误; $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 所以 $\sqrt{8}$ 不是最简二次根式, 所以选项 B 错误; $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$, 所以选项 C 错误; $3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{24} = \sqrt{6} - 2\sqrt{6} = -\sqrt{6}$, 所以选项 D 正确. 故选 D.

3.B 解析: 因为四边形 ABCD 是平行四边形, 所以 $\angle B + \angle A = 180^\circ$. 又因为 $\angle B = 4\angle A$, 所以 $4\angle A + \angle A = 180^\circ$, 所以 $\angle C = \angle A = 36^\circ$.

4.C 解析: A 项, 对角线相等的四边形不一定是矩形, 有可能是等腰梯形, 故该选项错误; B 项, 对角线互相垂直的四边形不一定是菱形, 有可能是任意四边形, 故该选项错误; C 项, 对角线互相平分的四边形是平行四边形, 故该选项正确; D 项, 对角线互相垂直平分的四边形不一定是正方形, 有可能是一般的菱形, 故该选项错误. 故选 C.

5.A 解析: 设 $y = kx + b$, 所以 $\begin{cases} -3k+b=-5, \\ k+b=3, \end{cases}$ 解得 $k=2, b=1$, 所以 $y=2x+1$. 故当 $x=0$ 时, $y=1$, 即 $p=1$.

6.C

7.A 解析: 观察表格, 可知这组样本数据的平均数为 $(0 \times 4 + 1 \times 12 + 2 \times 16 + 3 \times 17 + 4 \times 1) \div 50 = 1.98$; 因为这组样本数据中, 3 出现了 17 次, 出现的次数最多, 所以这组数据的众数是 3;

因为将这组样本数据按从小到大的顺序排列, 其中处于中间的两个数都是 2, 所以这组数据的中位数是 2; 计算其方差可得, 方差是 0.979 6. 故选 A.

8.C 解析: 因为四边形 ABCD 是平行四边形, 周长为 18, 所以 $AB = CD, BC = AD, OA = OC, AD \parallel BC$, 所以 $CD + AD = 9, \angle OAE = \angle OCF$.

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CFO$ 中,

$\begin{cases} \angle OAE = \angle OCF, \\ OA = OC, \\ \angle AOE = \angle COF, \end{cases}$ 所以 $\triangle AEO \cong \triangle CFO$ (ASA).

所以 $OF = OE = 1.5, AE = CF$,

所以四边形 EFCD 的周长为 $DE + CD + CF + EF = (DE + CF) + CD + 2OE = AD + CD + 2OE = 9 + 3 = 12$.

故选 C.

9.C 解析: 根据 y 随 x 的增大而减小, 知 $k < 0$; 由图象与 y 轴的正半轴相交, 得 $b > 0$, 故选 C.

10.D 解析: 因为直线 $y = -x + m$ 与 $y = nx + 4n$ ($n \neq 0$) 的交点的横坐标为 -2, 所以关于 x 的不等式 $-x + m > nx + 4n$ 的解集为 $x < -2$.

因为 $y = nx + 4n = 0$ 时, $x = -4$,

所以 $nx + 4n > 0$ 的解集是 $x > -4$.

所以关于 x 的不等式 $-x + m > nx + 4n > 0$ 的整数解为 -3.

11. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ 解析: $\sqrt{27} - \sqrt{\frac{1}{3}} = 3\sqrt{3} - \frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

12. $\frac{25}{12}$ 解析: 平移后的解析式为 $y = -6x + 5$, 故直线 l_2 与 x 轴交于点 $(\frac{5}{6}, 0)$, 与 y 轴交于点 $(0, 5)$, 所以直线 l_2 与坐标轴围成的三角形面积为 $S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \times 5 = \frac{25}{12}$.

13. $x \geq -1$, 且 $x \neq 0$ 解析: 若分式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 有意义, 则 $x \neq 0$; 若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 有意义, 则 $x+1 \geq 0$, 解得 $x \geq -1$. 所以 $x \geq -1$, 且 $x \neq 0$.

14. $\angle ABC = 90^\circ$ 解析: 有一个内角是直角的平行四边形是矩形.

15. 12.9 解析: 按从小到大排序为 12.7, 12.8, 12.8, 12.9, 13.0, 13.1, 13.2, 最中间的数 12.9 为中位数.

16. $k < 2$ 解析: 由题意, 知 $2-k > 0$, 所以 $k < 2$.

17. 20 解析: 由勾股定理, 得 $AC = 13$. 因为 BO 为直角三角形斜边上的中线, 所以 $BO = 6.5$.

由 MO 是 $\triangle ACD$ 的中位线, 得 $MO = 2.5$.

所以四边形 ABOM 的周长为 $6.5 + 2.5 + 6 + 5 = 20$.

18. 解: (1) $(\sqrt{10} + \sqrt{7})(\sqrt{10} - \sqrt{7}) =$

$$(\sqrt{10})^2 - (\sqrt{7})^2 = 10 - 7 = 3.$$

$$(2) (2\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (2\sqrt{5})^2 - 2 \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 20 - 4\sqrt{10} + 2 = 22 - 4\sqrt{10}.$$

$$19. \text{解: 原式} = \left(\frac{x+y}{x^2-y^2} + \frac{x-y}{x^2-y^2} \right) \div \frac{x^2y}{x^2-y^2} = \frac{x+y+x-y}{x^2-y^2} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^2y} = \frac{2x}{x^2y} = \frac{2}{xy}.$$

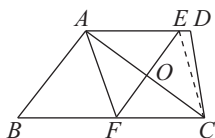
$$\text{当 } x = \sqrt{3} + 1, y = \sqrt{3} - 1 \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = \frac{2}{xy} = \frac{2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2}{3-1} = 1.$$

$$20. \text{解: 因为直线 } y = 2x + b \text{ 经过点 } (3, 5), \text{ 所以 } 5 = 2 \times 3 + b, \text{ 解得 } b = -1. \text{ 因为 } 2x + b \geq 0, \text{ 所以 } 2x - 1 \geq 0, \text{ 解得 } x \geq \frac{1}{2}.$$

$$\text{故所求不等式的解集为 } x \geq \frac{1}{2}.$$

21. 证明: 连接 CE, 如答图 M3-1.



答图 M3-1

因为 $AD \parallel BC$,

所以 $\angle AEO = \angle CFO$.

$\angle EAO = \angle FCO$,

又因为 $AO = CO$,

所以 $\triangle AEO \cong \triangle CFO$ (AAS),

所以 $AE = CF$,

所以四边形 AECF 是平行四边形.

又因为 $EF \perp AC$,

所以平行四边形 AECF 是菱形,

所以 $AE = AF$.

22. 解: (1) 5 2.5

(2) 设乙容器内的水量 y 与时间 x 之间的函数解析式为 $y = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$).

把 $(0, 10), (5, 15)$ 代入上式, 得

$$\begin{cases} b_1 = 10, \\ 5k_1 + b_1 = 15, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k_1 = 1, \\ b_1 = 10. \end{cases}$$

所以所求函数解析式为 $y = x + 10$.

(3) 因为 $5 - 2.5 = 2.5, 20 + 2.5 \times (28 - 16) = 50$,

所以到 28 min 时, 甲容器内的水量为 50 L.

设在 16 min 到 28 min 时甲容器内的水量 y 与时间 x 之间的函数解析式为 $y = k_2x + b_2$ ($k_2 \neq 0$).

把 $(16, 20), (28, 50)$ 代入上式, 得

$$\begin{cases} 16k_2 + b_2 = 20, \\ 28k_2 + b_2 = 50, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k_2 = 2.5, \\ b_2 = -20. \end{cases}$$

所以 $y = 2.5x - 20$.

由题意, 得 $x + 10 = 2.5x - 20$, 解得 $x = 20$.

所以从初始时刻到两容器最后一次水量相等时所需要的时间为 20 min.

23. (1) 证明: 因为 MN 是 BD 的垂直平分线,

所以 $BO = DO, \angle BON = \angle DOM = 90^\circ$.

因为四边形 $ABCD$ 是矩形,

所以 $AD \parallel BC$,

所以 $\angle BNO = \angle DMO$.

所以 $\triangle BON \cong \triangle DOM$ (AAS).

所以 $ON = OM$.

所以四边形 $BMDN$ 是平行四边形.

又因为 $MN \perp BD$, 所以四边形 $BMDN$ 是菱形.

(2) 解: 设 $MD = x$, 则 $MB = x, MA = 8 - x$.

在 $Rt\triangle ABM$ 中, 因为 $MB^2 = MA^2 + AB^2$,

所以 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$, 解得 $x = 5$.

所以 MD 的长为 5.

24. 解: (1) 当 $0 \leq x \leq 200$ 时, y 与 x 的函数解析式是 $y = 0.55x$;

当 $x > 200$ 时, y 与 x 的函数解析式是 $y = 0.55 \times 200 + 0.70 \times (x - 200)$, 即 $y = 0.70x - 30$.

(2) 因为小明家 5 月份的电费超过 110

元, 所以把 $y = 117$ 代入 $y = 0.70x - 30$ 中, 得 $x = 210$.

答: 小明家 5 月份用电 210 千瓦时.

25. (1) 证明: 因为点 E 是 AF 的中点, 所以 $AE = FE$.

因为 $CF \parallel AB$,

所以 $\angle ADE = \angle FCE, \angle DAE = \angle CFE$.

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADE = \angle FCE, \\ \angle DAE = \angle CFE, \\ AE = FE, \end{cases}$$

所以 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$.

所以 $CF = AD$.

(2) 解: 四边形 $BFCD$ 是菱形. 理由如下:

因为 CD 是 $\triangle ABC$ 的中线,

所以 D 是 AB 的中点,

所以 $AD = BD$.

由 (1), 知 $AD = CF$,

所以 $BD = CF$.

因为 $AB \parallel CF$,

所以 $BD \parallel CF$,

所以四边形 $BFCD$ 是平行四边形.

又因为 $\angle ACB = 90^\circ$,

所以 $\triangle ACB$ 是直角三角形,

$$\text{所以 } CD = \frac{1}{2}AB.$$

$$\text{因为 } BD = \frac{1}{2}AB,$$

所以 $BD = CD$.

所以四边形 $BFCD$ 是菱形.

26. 解: (1) 80 80 80 40

(2) 在这 5 次测试中, 成绩比较稳定的是小李. 小王的优秀率为 40%, 小李的优秀率为 80%.

(3) 方案一: 选小李去参加比赛, 因为小李的优秀率高, 有 4 次得 80 分, 成绩比较稳定, 获奖机会大.

方案二: 选小王去参加比赛, 因为小王的成绩得一等奖的机会较高, 有 2 次 90 分以上 (含 90 分), 因此有可能获得一等奖.