

参考答案

第二十六章 反比例函数

26.1 反比例函数

第1课时 反比例函数

【优效预习】

1. (1) $v = \frac{3}{t}$ (2) $y = \frac{36}{x}$ (3) $y = \frac{12}{x}$

归纳: $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 不等于 0 的一切实数

2. (1) $y = \frac{k}{x}$ (2) $y = kx^{-1}$ (3) $xy = k$

【高效课堂】

[例1] 思路探究: (1) $y = \frac{k}{x}$, $y = kx^{-1}$, $xy = k$ (其中 k 为常数, 且 $k \neq 0$). 最常用的是 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 如 $y = \frac{3}{x}$.

(2) 正比例 一次 ①④⑥⑦

(3) ②③⑤⑧

解: ②③⑤⑧ 是反比例函数.

【针对训练】

1. D

[例2] 思路探究: 1 $\neq 0$

答案: -1

【针对训练】

2. 解: 当 $2m+1=1$, 即 $m=0$ 时, 该函数是反比例函数.

[例3] 思路探究: (1) $\frac{k}{x-1}$ ($k \neq 0$) 4

$$\frac{4}{x-1}$$

解: (1) 设 $y = \frac{k}{x-1}$ ($k \neq 0$), 因为当 $x=2$ 时, $y=4$,

所以 $4 = \frac{k}{2-1}$, 解得 $k=4$.

所以 y 与 x 的函数解析式是 $y = \frac{4}{x-1}$.

(2) 当 $x=3$ 时, $y = \frac{4}{3-1} = 2$.

【针对训练】

3. 解: 设 $y_1 = \frac{k_1}{x^2}$ ($k_1 \neq 0$), $y_2 = k_2(x+2)$ ($k_2 \neq 0$),

$$\text{则 } y = \frac{k_1}{x^2} + k_2(x+2).$$

因为当 $x=1$ 时, $y=9$; 当 $x=-1$ 时, $y=5$,

$$\text{所以 } \begin{cases} 9 = \frac{k_1}{1} + k_2(1+2), \\ 5 = \frac{k_1}{(-1)^2} + k_2(-1+2). \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k_1 = 3, \\ k_2 = 2. \end{cases}$$

$$\text{所以 } y = \frac{3}{x^2} + 2(x+2).$$

$$\text{当 } x=-3 \text{ 时, } y = \frac{3}{(-3)^2} + 2 \times (-3+2) = -\frac{5}{3}.$$

【增效作业】

1. C 2. B 3. B 4. B 5. $y = \frac{3}{x}$

6. $a = \frac{12}{h}$ 反比例

7. 解: (1) 设 y 与 x 的函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$).

把 $x=0.3$, $y=10$ 代入, 得 $10 = \frac{k}{0.3}$, 解得 $k=3$.

故 y 与 x 的函数解析式为 $y = \frac{3}{x}$.

(2) 将 $x=2$ 代入 $y = \frac{3}{x}$ 中, 得 $y = \frac{3}{2}$.

8. 解: (1) 因为 $S_{\text{长方形}CDEF} = 100$, $CF = x$, 所以 $CD = \frac{100}{x}$,

$$\text{所以 } y = 1.75x + 4.5 \times \left(x + \frac{100}{x} \times 2\right) \quad (*)$$

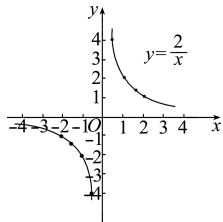
($0 < x \leq 25$).
(2) 将 $y=150$ 代入 (*) 式, 得 $6.25x + \frac{900}{x} = 150$, 解得 $x=12$, 经检验, 知 $x=12$ 是原方程的解, 且符合题意, 故应利用旧围栏 12 米.

第2课时 反比例函数的图象和性质

【优效预习】

| | | | | | | | | | | |
|-------------------|-----|----|----------------|----|------|-----|---|---------------|---|-----|
| x | ... | -2 | -1.5 | -1 | -0.5 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | ... |
| $y = \frac{2}{x}$ | ... | -1 | $-\frac{4}{3}$ | -2 | -4 | 4 | 2 | $\frac{4}{3}$ | 1 | ... |

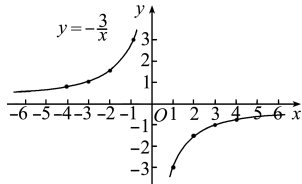
描点并连线, 如答图 26.1.2-1 所示.



答图 26.1.2-1

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|---------------|----|---------------|----|----|----------------|----|----------------|-----|
| x | ... | -4 | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... |
| $y = -\frac{3}{x}$ | ... | $\frac{3}{4}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 3 | -3 | $-\frac{3}{2}$ | -1 | $-\frac{3}{4}$ | ... |

描点并连线, 如答图 26.1.2-2 所示.



答图 26.1.2-2

(1) 每个图象中的两条曲线都不会与 x 轴、 y 轴相交. 因为在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中, x 与 y 均不可能为 0.

(2) 函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象在第一、三象限; 函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象在第二、四象限.

(3) 当 $k > 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第二、四象限.

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的位置是由 k 的正负确定的.

(4) 由反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象可知, 当 $k > 0$ 时, 在每一个象限内, y 随 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, 在每一个象限内, y 随 x 的增大而增大.

归纳: 双曲线 (1) 第一、三 减小

(2) 第二、四 增大

【高效课堂】

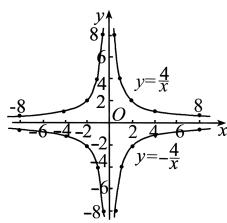
[例1] 思路探究: (1) 列表 描点 连线

(2) 平滑的曲线

解: 列表:

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|----------------|----|----|----|----------------|---------------|----|----|----|----------------|
| x | -8 | -4 | -2 | -1 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 | 8 |
| $y = \frac{4}{x}$ | $-\frac{1}{2}$ | -1 | -2 | -4 | -8 | 8 | 4 | 2 | 1 | $\frac{1}{2}$ |
| $y = -\frac{4}{x}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 | 8 | -8 | -4 | -2 | -1 | $-\frac{1}{2}$ |

描点并连线, 图象如答图 26.1.2-3 所示.



答图 26.1.2-3

共同点: ① 图象分别都由两条曲线组成; ② 它们都不与坐标轴相交; ③ 图象自身都是轴对称图形和中心对称图形.
不同点: 所在象限不同, y 随着 x 的增减变化不同.

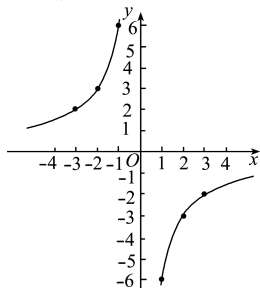
【针对训练】

1. 解: (1) $y = -\frac{6}{x}$.

(2)

| | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|
| x | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 |
| y | 2 | 3 | 6 | -6 | -3 | -2 |

(3) 函数图象如答图 26.1.2-4.



答图 26.1.2-4

[例 2] 思路探究: (1) $2k = y \cdot \frac{5-k}{2} = y$

(2) >

解: (1) 把 $x=2$ 分别代入 $y=kx$ 和 $y=\frac{5-k}{x}$, 得

$$\begin{cases} y=2k, \\ y=\frac{5-k}{2}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=1, \\ y=2. \end{cases}$$

所以正比例函数的解析式为 $y=x$,

反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

(2) 在 $y=\frac{4}{x}$ 中, 因为 $4>0$, 所以双曲线在每一个分支上 y 随 x 的增大而减小. 又因为 $x_1 < x_2 < 0$, 所以 $y_1 > y_2$.

[针对训练]

2.D

[增效作业]

1.C 2.C 3.D 4.D 5.A 6.A 7.B

8. $y=\frac{-1}{x}$ (答案不唯一)

9. 解: (1) 因为点 $A(1, 2)$ 在这个函数的图象上, 所以 $1 \times 2 = k - 1$, 解得 $k=3$.

(2) 因为在函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 图象的每一支上, y 随 x 的增大而减小, 所以 $k-1 > 0$, 解得 $k > 1$.

(3) 因为 $k=13$, 所以 $k-1=12$,

所以反比例函数的解析式为 $y=\frac{12}{x}$.

将点 B 的坐标代入 $y=\frac{12}{x}$ 可知, 点 B 的坐标满足函数解析式, 所以点 B 在函数 $y=\frac{12}{x}$ 的图象上.

将点 C 的坐标代入 $y=\frac{12}{x}$, 由 $5 \neq \frac{12}{2}$ 可知, 点 C 的坐标不满足函数解析式, 所以点 C 不在函数 $y=\frac{12}{x}$ 的图象上.

第 3 课时 用待定系数法求反比例函数的解析式

[优效预习]

1.—

2. (1) $PN \quad |x| \quad |xy| \quad xy \quad |k|$

(2) $|a| \cdot |b| \quad |k|$

归纳: (1) $|k|$ (2) $\frac{|k|}{2}$

[高效课堂]

[例 1] 思路探究: (1) 要求反比例函数

$y=\frac{m}{x}$ 的解析式, 只需要一个点的坐标即可. 由已知条件可知, 点 A 的坐标为 $(2, 1)$, 这个点在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上.

(2) 要求一次函数 $y=kx+b$ 的解析式, 还需要点 B 的坐标. 我们可以把 $y=-\frac{1}{2}$ 代入求得的反比例函数解析式中, 求得点 B 的坐标.

解: (1) 因为点 A 在第一象限, $AC \perp x$ 轴, $AC=1, OC=2$, 所以点 A 的坐标为 $(2, 1)$.

因为反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 $A(2, 1)$, 所以 $m=2$.

所以反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

(2) 由 (1), 知反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

因为反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象经过点 B , 且点 B 的纵坐标为 $-\frac{1}{2}$, 所以点 B

的坐标为 $(-4, -\frac{1}{2})$.

因为一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $A(2, 1)$, 点 $B(-4, -\frac{1}{2})$,

$$\text{所以 } \begin{cases} 2k+b=1, \\ -4k+b=-\frac{1}{2}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2}. \end{cases}$$

所以一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$.

[针对训练]

1. 解: (1) 因为点 $A(-2, 1), B(1, n)$ 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上, 所以 $1=$

$$\frac{m}{-2}, n=\frac{m}{1}, \text{ 即 } m=n=-2.$$

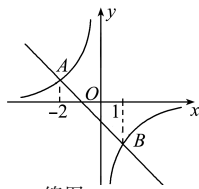
于是点 B 的坐标为 $(1, -2)$.

又因为点 $A(-2, 1), B(1, -2)$ 在一次函数 $y=kx+b$ 的图象上,

$$\text{所以 } \begin{cases} 1=-2k+b, \\ -2=k+b, \end{cases} \text{ 解得 } k=b=-1.$$

所以反比例函数的解析式是 $y=-\frac{2}{x}$, 一次函数的解析式是 $y=-x-1$.

(2) 由答图 26.1.3-1, 知当 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$ 时, 一次函数的值大于反比例函数的值.



答图 26.1.3-1

[例 2] 思路探究: (1) $n \quad n \quad 4 \quad 4 \quad B$
A B (2) 横

解: (1) 设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k_1}{x} (k_1 \neq 0)$, 直线 AB 的解析式为 $y=k_2x+b$.

$$\text{因为 } S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot n,$$

$$\text{所以 } 4 = \frac{1}{2} \times 2 \times n, \text{ 解得 } n=4,$$

即点 B 的坐标为 $(2, 4)$.

当 $x=2$ 时, $y=4$,

所以 $k_1=2 \times 4=8$.

所以反比例函数的解析式为 $y=\frac{8}{x}$.

把点 A, B 的坐标代入直线 AB 的解析式,

$$\text{得 } \begin{cases} 0=-2k_2+b, \\ 4=2k_2+b, \end{cases}$$

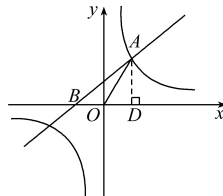
解得 $\begin{cases} k_2=1, \\ b=2, \end{cases}$ 所以直线 AB 的解析式为 $y=x+2$.

(2) 对于直线 AB , 当 $x=0$ 时, $y=2$, 所以点 C 的坐标为 $(0, 2)$.

$$\text{所以 } S_{\triangle OCB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2.$$

[针对训练]

2. 解: (1) 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 如答图 26.1.3-2.



答图 26.1.3-2

由题意, 知点 A 的纵坐标为 4, $OA=5$.

由勾股定理, 得 $DO=3$.

因为点 A 在第一象限,

所以点 A 的坐标为 $(3, 4)$.

将点 A 的坐标 $(3, 4)$ 代入 $y=\frac{m}{x}$,

$$\text{得 } 4=\frac{m}{3},$$

所以 $m=12$, 所以反比例函数的解析式为 $y=\frac{12}{x}$.

将点 A 的坐标 $(3, 4)$ 代入 $y=nx+2$, 得 $n=\frac{2}{3}$.

所以一次函数的解析式是 $y=\frac{2}{3}x+2$.

(2) 在 $y=\frac{2}{3}x+2$ 中, 令 $y=0$, 即 $\frac{2}{3}x+2=0$, 所以 $x=-3$.

所以点 B 的坐标是 $(-3, 0)$,

所以 $OB=3$.

因为 $AD=4$,

$$\text{所以 } S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot AD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6,$$

所以 $\triangle AOB$ 的面积为 6.

【增效作业】

1.D 2.C 3.A 4.C 5.减小 6.2 -8
7.二、四

8.解:(1)联立两函数解析式 $\begin{cases} y=kx-6, \\ y=-\frac{2k}{x}, \end{cases}$

整理,得 $kx-6=-\frac{2k}{x}$.

将 $x=2$ 代入该方程,得 $2k-6=-\frac{2k}{2}$,

解得 $k=2$,

故两函数的解析式分别为 $y=2x-6$,

$y=-\frac{4}{x}$.

将 $x=2$ 代入 $y=2x-6$,得 $y=-2$,则点 A 的坐标为 $(2,-2)$.

(2)点 B 在第四象限.理由:由

$\begin{cases} y=2x-6, \\ y=-\frac{4}{x}, \end{cases}$ 得 $2x-6=-\frac{4}{x}$,所以

$x^2-3x+2=0$,解得 $x_1=1, x_2=2$.代入方程组,得 $y_1=-4, y_2=-2$,故点 B

的坐标为 $(1,-4)$,位于第四象限.

9.解:因为 $P(1,a)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$

($k \neq 0$) 的图象上,所以 $a=k$.

因为点 $P(1,a)$ 关于 y 轴的对称点为 $P'(-1,a)$,且点 $P'(-1,a)$ 在一次函数

$y=2x+4$ 的图象上,

所以 $a=2$,所以 $k=a=2$.

所以此反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

10.解:(1)将 $B(1,4)$ 代入 $y=\frac{m}{x}$,得 $m=$

4,所以 $y=\frac{4}{x}$.

将 $A(n,-2)$ 代入 $y=\frac{4}{x}$,得 $n=-2$.

将 $A(-2,-2), B(1,4)$ 代入 $y=kx+b$,

解得 $\begin{cases} k=2, \\ b=2. \end{cases}$ 所以 $y=2x+2$.

(2)对于一次函数 $y=2x+2$,当 $x=0$

时, $y=2$,所以 $OC=2$,

所以 $S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2} \times |-2| \times OC=\frac{1}{2} \times$

$2 \times 2=2$.

(3) $x < -2$ 或 $0 < x < 1$.

26.2 实际问题与反比例函数

第1课时 实际问题与反比例函数(1)

【优效预习】

1.(1) $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) k

(2)方程

2.(1) $t=\frac{s}{v}$ (2) $a=\frac{S}{b}$ (3) $y=\frac{2S}{x}$

(4) $S=\frac{V}{h}$

归纳:自变量

【高效课堂】

【例1】思路探究:(1)面积=长 \times 宽,面积是已知量, $x > 0$.

(2)长方形的周长=(长+宽) $\times 2$

(3)小

解:(1)根据矩形的面积公式,得 $xy=$

64,变形,得 $y=\frac{64}{x}$ ($x > 0$).

所以长方形菜地的宽是长的反比例函数.

(2)当 $x=8$ 时, $y=\frac{64}{8}=8$.

此时长方形的周长为 $2 \times (8+8)=32$ (m).

所以当长为 8 m 时,李大爷要准备 32 m 长的篱笆.

(3)根据题意,当 $y=5$ 时, $x=\frac{64}{5}=$

12.8.

由反比例函数的性质可知,当宽至多为

5 m 时,长至少为 12.8 m,才能保证菜地的面积不变.

【针对训练】

1.解:(1)由图象可知, $4 \times 12=48$ (m^3),

因此蓄水池的蓄水量为 $48 m^3$.

(2)设 $V=\frac{k}{t}$ ($k \neq 0$),由(1),知 $k=48$,

则 V 与 t 之间的函数解析式为 $V=\frac{48}{t}$ ($t > 0$).

(3)当 $t=6$ h 时, $V=48 \div 6=8$ (m^3/h),

即如果要 6 h 排完水池中的水,那么每

小时的排水量为 $8 m^3$.

(4)当 $V=5 m^3/h$ 时, $t=48 \div 5=9.6$ (h),

即如果每小时的排水量是 $5 m^3$,那么要

9.6 h 才能将水排完.

【例2】思路探究:(1)路程=平均速度 \times

时间 490 km 反比例

(2)98 km/h

解:(1)设甲、乙两地之间的距离为 s km,则根据已知条件有 $s=70 \times 7=$

490(km).

所以汽车的速度 v 与时间 t 的函数解

析式为 $v=\frac{490}{t}$ ($t > 0$).

(2)把 $t=5$ 代入 $v=\frac{490}{t}$,得 $v=\frac{490}{5}=$

98(km/h).

从结果上看,如果司机恰好 5 h 返回

甲地,那么返程时的平均速度为每小时

98 km.如果想在 5 h 内返回甲地,那么

返程的速度不能低于每小时 98 km.

【针对训练】

2.解:(1)1 亿吨=10 000 万吨,故函数关

系为 $y=\frac{10\ 000}{x}$.

(2)当 $x=100$ 时, $y=\frac{10\ 000}{100}=100$ (年).

(3)由题意, $x=\frac{10\ 000}{150} \approx 67$ (万吨).

故每年开采 67 万吨才能达到要求.

【增效作业】

1.B 2.A 3.A 4.D

5.(1)360 (2)减小 (3) $t=\frac{360}{p}$ (4)60

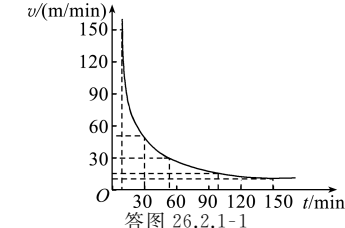
(5)4

6.解:(1)根据题意,知 $v=\frac{1\ 500}{t}$ ($t \geq 0$).

列表:

| t/min | 10 | 30 | 50 | 100 | 150 |
|---------------------------|-----|----|----|-----|-----|
| $v/(\text{m}/\text{min})$ | 150 | 50 | 30 | 15 | 10 |

描点并连线,如答图 26.2.1-1 所示.



(2)由 $v=\frac{1\ 500}{t}$,得 $t=\frac{1\ 500}{v}$.

由题意,得 $\frac{1\ 500}{v} \leq 10$.解得 $v \geq 150$.

所以张丽骑自行车的速度至少要比她

步行快 $150-80=70$ (m/min).

7.解:(1)治污期间, y 与 x 成反比例.

设 $y=\frac{k_1}{x}$ ($k_1 \neq 0, 1 \leq x \leq 5$),因为点 $(1,$

200)在函数图象上,

所以 $k_1=200$,即治污期间, $y=\frac{200}{x}$

($1 \leq x \leq 5$).

因为改造工程完工后,该厂利润每月较

前一个月增加 20 万元,

且 5 月份该厂的利润为 $y=\frac{200}{5}=40$ (万元),

所以完工后的 6 月份,该厂利润为 60 万元.

设 $y=k_2x+b$,将 $(5,40), (6,60)$ 代入,得

$\begin{cases} 40=5k_2+b, \\ 60=6k_2+b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_2=20, \\ b=-60. \end{cases}$

所以 $y=20x-60$ ($x > 5$).

(2)把 $y=200$ 代入 $y=20x-60$,得 $x=$

13,因为 $13-5=8$,

所以工程完工后经过 8 个月,该厂利润

达到 200 万元.

(3)治污前, $\frac{200}{x} < 100$,解得 $x > 2$,

即 3 月至 5 月属于资金紧张期.

治污完工后, $20x-60 < 100$,

解得 $x < 8$,

即 6 月至 7 月属于资金紧张期.

综上所述,共有 5 个月该厂属于资金紧

张期.

8.解:(1)将点 $P(3, \frac{1}{2})$ 代入函数解析式

$y=\frac{a}{t}$,解得 $a=\frac{3}{2}$,故 $y=\frac{3}{2t}$.

将 $y=1$ 代入 $y=\frac{3}{2t}$,得 $t=\frac{3}{2}$,

所以所求反比例函数解析式为 $y=$

$\frac{3}{2t}$ ($t \geq \frac{3}{2}$);

设正比例函数解析式为 $y=kt$ ($k \neq 0$),

将 $(\frac{3}{2}, 1)$ 代入 $y=kt$,得 $k=\frac{2}{3}$,

所以所求正比例函数解析式为 $y = \frac{2}{3}t$

$$(0 \leq t \leq \frac{3}{2}).$$

(2) 解不等式 $\frac{3}{2t} < \frac{1}{4}$, 解得 $t > 6$,

所以至少需要经过 6 h 后, 学生才能进入教室.

第 2 课时 实际问题与反比例函数(2)

【优效预习】

$$(1) F = \frac{W}{s} \quad (2) p = \frac{F}{S} \quad (3) I = \frac{U}{R}$$

$$(4) \rho = \frac{m}{V}$$

归纳: 常数 \neq

【高效课堂】

【例 1】思路探究: (1) 一次 待定系数
反比例 (2) 5 h 2 1.5 km/h
(3) 80.5 73.5

解: (1) 因为爆炸前 CH_4 浓度呈直线型增加, 所以可设 y 与 x 的函数解析式为 $y = k_1x + b$.

由题图, 知函数 $y = k_1x + b$ 的图象过点 $(0, 4)$ 与 $(7, 46)$,

$$\text{所以 } \begin{cases} b = 4, \\ 7k_1 + b = 46, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k_1 = 6, \\ b = 4. \end{cases}$$

所以 $y = 6x + 4$, 此时自变量 x 的取值范围是 $0 \leq x \leq 7$.

因为爆炸后浓度成反比例下降, 所以可设 y 与 x 的函数解析式为 $y = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0)$.

由题图, 知函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象过点 $(7, 46)$.

$$\text{所以 } \frac{k_2}{7} = 46, \text{ 所以 } k_2 = 322.$$

所以 $y = \frac{322}{x}$, 此时自变量 x 的取值范围是 $x > 7$.

(2) 当 $y = 34$ 时, 由 $y = 6x + 4$, 得 $6x + 4 = 34$, 即 $x = 5$.

所以撤离的最长时间为 $7 - 5 = 2(\text{h})$.
所以撤离的最小速度为 $3 \div 2 = 1.5(\text{km/h})$.

(3) 当 $y = 4$ 时, 由 $y = \frac{322}{x}$, 得 $x = 80.5$,
 $80.5 - 7 = 73.5(\text{h})$.

所以矿工至少在爆炸后 73.5 h 才能下井.

【针对训练】

$$1. \text{解: } (1) p = \frac{600}{S} (S > 0).$$

(2) 当 $S = 0.2$ 时, $p = \frac{600}{0.2} = 3\ 000$, 即压强是 3 000 Pa.

(3) 由题意, 知 $\frac{600}{S} \leq 6\ 000$, 所以 $S \geq 0.1$, 即木板的面积至少要 0.1 m^2 .

【例 2】思路探究: $p = \frac{F}{S}$ 反比例

解: 设下底面积是 S_0 , 则上底面积是 $\frac{2}{3}S_0$.

由 $p = \frac{F}{S}$, 且 $S = S_0$ 时, $p = 200$ Pa,

有 $F = pS = 200 \times S_0 = 200S_0$.

因为是同一物体, 所以 $F = 200S_0$ 是定值.

$$\text{所以当 } S = \frac{2}{3}S_0 \text{ 时, } p = \frac{F}{S} = \frac{200S_0}{\frac{2}{3}S_0} =$$

300(Pa).

答: 当把圆台形物体翻过来放置时, 对桌面的压强是 300 Pa.

【针对训练】

2.D

【增效作业】

$$1. A \quad 2. A \quad 3. p = \frac{mg}{S} \text{ 小于}$$

$$4. \text{解: } (1) \text{ 设 } y = \frac{k}{x} (k \neq 0).$$

因为点 $A(1, 10)$ 在图象上,

$$\text{所以 } 10 = \frac{k}{1}, \text{ 即 } k = 1 \times 10 = 10.$$

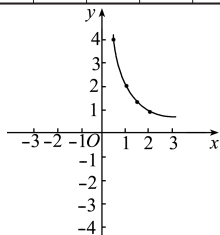
$$\text{所以 } y = \frac{10}{x}, \text{ 其中 } 1 \leq x \leq 10.$$

(2) 答案不唯一.

例如, 小明家离学校 10 km, 每天以 x km/h 的速度去上学, 那么小明从家去学校所需的时间 $y = \frac{10}{x}$.

5. 解: 举例: 要编织一块面积为 2 m^2 的矩形地毯, 地毯的长 $x(\text{m})$ 与宽 $y(\text{m})$ 之间的函数解析式为 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$. 列表, 描点并连线, 如答图 26.2.2-1.

| | | | | | | |
|-----|-----|---------------|---|---------------|---|-----|
| x | ... | $\frac{1}{2}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 | ... |
| y | ... | 4 | 2 | $\frac{4}{3}$ | 1 | ... |



答图 26.2.2-1

6. 解: 答案不唯一. 例如, 电路的电压为 500 V, 电流 $y(\text{A})$ 与电阻 $x(\Omega)$ 之间的函数关系可以表示为 $y = \frac{500}{x}$.

7. 解: (1) 设着地前飞行速度与时间的函数解析式是 $v = \frac{k}{t} (k \neq 0)$.

$$\text{将点 } (5, 400) \text{ 代入, 得 } 400 = \frac{k}{5},$$

解得 $k = 2\ 000$.

$$\text{当 } t = 20 \text{ 时, } v = \frac{2\ 000}{20} = 100.$$

答: 着地时的速度是 100 m/s.

(2) 设着地后飞机的速度与时间的函数解析式是 $v = mt + b (m \neq 0)$.

将点 $(20, 100)$, $(30, 0)$ 代入,

$$\text{得 } \begin{cases} 20m + b = 100, \\ 30m + b = 0, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = -10, \\ b = 300. \end{cases} \text{ 所以 } v = -10t + 300$$

$$(20 < t \leq 30).$$

本章整合提升

【专题归纳】

1. 解: 因为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过

点 $A(1, -k+4)$,

所以 $-k+4 = \frac{k}{1}$, 即 $-k+4 = k$, 所以

$k = 2$. 所以 $A(1, 2)$.

因为一次函数 $y = x + b$ 的图象经过点 $A(1, 2)$,

所以 $2 = 1 + b$, 所以 $b = 1$.

所以反比例函数的解析式是 $y = \frac{2}{x}$,

一次函数的解析式是 $y = x + 1$.

$$2. A \quad 3. \frac{3}{2}$$

4. 解: 因为函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过

点 $(-3, 4)$,

$$\text{所以 } 4 = \frac{k}{-3}, \text{ 所以 } k = -12.$$

所以反比例函数的解析式是 $y = -\frac{12}{x}$,

由题意可知, 一次函数 $y = mx + n$ 的图象与 x 轴的交点坐标为 $(5, 0)$ 或 $(-5, 0)$, 则分两种情况讨论:

当直线 $y = mx + n$ 经过点 $(-3, 4)$ 和 $(5, 0)$ 时,

$$\text{有 } \begin{cases} 4 = -3m + n, \\ 0 = 5m + n, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m = -\frac{1}{2}, \\ n = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

$$\text{所以 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}.$$

当直线 $y = mx + n$ 经过点 $(-3, 4)$ 和 $(-5, 0)$ 时,

$$\text{有 } \begin{cases} 4 = -3m + n, \\ 0 = -5m + n, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m = 2, \\ n = 10. \end{cases}$$

所以 $y = 2x + 10$.

所以所求反比例函数的解析式为 $y = -\frac{12}{x}$, 一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ 或 $y = 2x + 10$.

5. 解: (1) 材料加热时, 设 $y = ax + 15 (a \neq 0)$, 由题意, 得 $60 = 5a + 15$, 解得 $a = 9$. 所以材料加热时, y 与 x 之间的函数解析式为 $y = 9x + 15 (0 \leq x \leq 5)$.

停止加热进行操作时, 设 $y = \frac{k}{x} (k \neq$

$0)$, 由题意, 得 $60 = \frac{k}{5}$, 解得 $k = 300$.

所以停止加热进行操作时, y 与 x 之间的函数解析式为 $y = \frac{300}{x} (5 < x \leq 20)$.

$$(2) \text{ 把 } y = 15 \text{ 代入 } y = \frac{300}{x}, \text{ 得 } x = 20.$$

答: 从开始加热到停止操作, 共经历了 20 min 的时间.

第二十七章 相似

27.1 图形的相似

第1课时 相似图形

【优效预习】

- (1)形状相同 (2)放大或缩小
(3)①相同.②相同.③不是.

归纳:形状

【高效课堂】

【例】思路探究:③ ⑬ ⑪ ⑩ 相同

解:①与③、②与⑬、④与⑪、⑤与⑩、
⑥⑦⑧⑨分别是相似图形.

【针对训练】

C

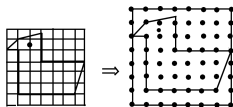
【增效作业】

1.C 2.D 3.① ②③ 4.形状 大小

5.③ 6.1

7.解:(c)与①相似,(d)与②相似,(g)与③相似.

8.解:如答图 27.1.1-1 所示.



小鸭戏水

答图 27.1.1-1

第2课时 相似多边形

【优效预习】

1.相等 $\frac{c}{d}$ bc

2.(1)相等 相等 (2)相等 相等

(3)对应边

归纳:边 角

【高效课堂】

【例1】思路探究:(1)① $c=4$ cm, $b=6$ cm, $d=8$ cm, $a=12$ cm.

②因为 $\frac{c}{b} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $\frac{d}{a} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$,

所以 $\frac{c}{b} = \frac{d}{a}$.③成比例

(2)①一致

解:(1)因为 $\frac{c}{b} = \frac{d}{a} = \frac{2}{3}$,

所以四条线段是成比例线段.

(2)因为 10 cm $= 100$ mm, 8 cm $= 80$ mm,

$\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$, $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$,

所以 $\frac{24}{30} = \frac{80}{100}$,所以四条线段是成比例线段.

【针对训练】

1.12

【例2】思路探究: $\angle A' = \frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$

答案: 98° $\frac{50}{3}$

【针对训练】

2.解:因为两个四边形相似,所以 $\frac{3}{4} = \frac{x}{5.3} =$

$\frac{y}{6.5}$, $\angle D = \angle D' = 117^\circ$,所以 $x = \frac{159}{40}$, $y =$

$\frac{39}{8}$, $\angle C = 360^\circ - (77^\circ + 83^\circ + 117^\circ) = 83^\circ$.

【增效作业】

1.B 2.C 3.C 4.A 5.B

6.10,7.5,4.5,4

7.解:设 $CD = x$ m,根据条件可知,两个矩形相似,

则 $\frac{6}{4} = \frac{6+2x}{4+1}$,解得 $x = 0.75$.

故当另一边宽 CD 为 0.75 m 时,内外矩形相似.

8.解:设此线段的长为 x cm,

当 $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ 时,有 $x = \frac{bc}{a} = \frac{\sqrt{2} \times 2}{1} = 2\sqrt{2}$ (cm);

当 $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$ 时,有 $x = \frac{ac}{b} = \frac{1 \times 2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ (cm);

当 $\frac{c}{a} = \frac{b}{x}$ 时,有 $x = \frac{ab}{c} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (cm).

所以此线段的长为 $2\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{2}$ cm 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm.

9.解:因为矩形 $MFGN$ 与矩形 $ABCD$ 相似,所以 $MF = 2x$,所以 $S = 10x - 2x^2$,

即 $S = -2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$,

所以当 $x = \frac{5}{2}$ 时, S 有最大值,最大值

为 $\frac{25}{2}$.

27.2 相似三角形

第1课时 相似三角形的判定

(平行线分线段成比例)

【优效预习】

1.(1) $\angle A'$ $\angle B'$ $\angle C'$ $\frac{AB}{A'B'}$ $\frac{BC}{B'C'}$

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 相似比 $\frac{1}{k}$

(2) $\angle A'$ $\angle B'$ $\angle C'$

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$

归纳:成比例 相似

2. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} = \frac{FG}{GJ} = \frac{FH}{HJ}$

归纳:成比例

3.成比例

4.(1)对应角 (2)①平行四边形 DE

② $\frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC}$ (3)相似

归纳:相似

【高效课堂】

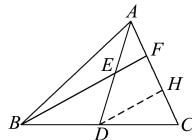
【例1】思路探究:(1)平行线 (2) $\frac{AE}{ED} =$

$\frac{AF}{FH} = \frac{BD}{CD} = \frac{FH}{HC}$ (答案不唯一).

(3) $FH \parallel CH$

证明:如答图 27.2.1-1,过点 D 作 $DH \parallel$

BF 交 AC 于点 H ,所以 $\frac{CD}{DB} = \frac{CH}{HF}$.



答图 27.2.1-1

因为 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线,

所以 D 为 BC 的中点.

所以 H 是 CF 的中点.

又因为 E 是 AD 的中点, $EF \parallel DH$,

所以 F 是 AH 的中点.

所以 $AF = FH = CH$.

所以 $CF = 2AF$.

【针对训练】

1.解:因为 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$,

所以 $AB : BC = DE : EF$.

因为 $AB = 3$, $BC = 5$, $DF = 12$,

所以 $3 : 5 = DE : (12 - DE)$.

所以 $DE = 4.5$.

所以 $EF = 12 - 4.5 = 7.5$.

【例2】思路探究:(1) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

$\frac{AD}{AB} = x$ (2)相等

解:(1)因为 $DE \parallel BC$,

所以 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,所以 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

设 AE 的长为 x ,因为 $DB = AE$, $AB = 5$, $AC = 10$,则 $AD = 5 - x$,列方程,得

$\frac{5-x}{5} = \frac{x}{10}$,解得 $x = \frac{10}{3}$,即 $AE = \frac{10}{3}$.

(2)因为 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,

所以 $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{\frac{10}{3}}{10} = \frac{1}{3}$.

【针对训练】

2.解:因为 $DE \parallel BC$,所以 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,

所以 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{4}{4+8} = \frac{1}{3}$,

所以 $BC = 3DE = 15$ cm.

又因为 $DF \parallel AC$,所以四边形 $DECF$ 是平行四边形,

所以 $FC = DE = 5$ cm,所以 $BF = BC - FC = 10$ cm.

【增效作业】

1.B 2.B 3.C 4.B 5.D 6.B

7.AB · ED

8.(1)证明:在矩形 $ABCD$ 中, $OB = OC$,

$OE \perp BC$ 于点 E ,

所以 E 为 BC 的中点.

又因为 O 为 BD 的中点,

所以 OE 为 $\triangle BCD$ 的中位线.

所以 $\frac{OE}{DC} = \frac{1}{2}$, $OE \parallel DC$.

所以 $\triangle OEF \sim \triangle CDF$.

所以 $\frac{EF}{FD} = \frac{OE}{DC} = \frac{1}{2}$.

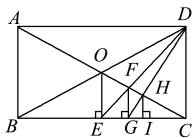
所以 $\frac{EF}{ED} = \frac{1}{3}$, $\frac{FD}{ED} = \frac{2}{3}$.

又因为 $FG \perp BC$, $DC \perp BC$,所以 $FG \parallel DC$,

所以 $\frac{GC}{EC} = \frac{FD}{ED} = \frac{2}{3}$.

所以 $\frac{GC}{BC} = \frac{GC}{2EC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

所以点 G 是线段 BC 的一个三等分点.
(2)解:依题意画图,如答图 27.2.1-2,点 I 即为所求.



答图 27.2.1-2

第 2 课时 相似三角形的判定(1)

【培优预习】

- 1.(1)②相等 相等 ③相似 (2)相等相似 (3)对应边的比

① $\triangle ABC \cong \triangle A'DE$, ②相似. ③ \propto 归纳:成比例

- 2.(1) $\triangle A'DE \propto \triangle A'B'C'$. (2)全等. (3) \propto

归纳:成比例 夹角

【高效课堂】

[例 1] 思路探究:(1)根据“三边成比例的两个三角形相似”来判断.

(2)先分别把两个三角形的三边按由小到大的顺序排列,再根据大小顺序确定两个三角形的对应边.

解:把两个三角形的三边按由小到大的顺序排列分别为 7 cm, 8 cm, 12 cm 和 14 cm, 16 cm, 24 cm.

$$\text{因为 } \frac{7}{14} = \frac{1}{2}, \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, \frac{12}{24} = \frac{1}{2}, \text{ 所以 } \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \frac{12}{24}.$$

所以这两个三角形相似.

【针对训练】

- 1.(5,2)或(4,4)

[例 2] 思路探究:(1) $\angle B$ 和 $\angle AED$ 分别在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中.

(2) $\triangle ABC \propto \triangle AED$.

(3)隐含条件: $\angle A = \angle A$, 还缺条件: $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$.

(4)根据 $AB = AD + DB$, $AC = AE + EC$, 求出 AB , AC 的值后, 分别计算 $\frac{AD}{AC}$ 和 $\frac{AE}{AB}$ 的值.

解: $\angle B = \angle AED$. 理由如下:

$$\text{因为 } \frac{AD}{AC} = \frac{3}{6+3} = \frac{1}{3}, \frac{AE}{AB} = \frac{6}{15+3} = \frac{1}{3},$$

且 $\angle A$ 为公共角,

所以 $\triangle AED \propto \triangle ABC$, 所以 $\angle B = \angle AED$.

【针对训练】

- 2.证明:因为 $\angle DAB = \angle CAE$,

所以 $\angle DAB + \angle BAE = \angle CAE + \angle BAE$,

即 $\angle DAE = \angle BAC$.

又因为 $AB \cdot AE = AD \cdot AC$,

$$\text{所以 } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}, \text{ 所以 } \triangle ABC \propto \triangle ADE.$$

所以 $\angle B = \angle D$.

【增效作业】

- 1.A 2.B 3.D 4. $\frac{AE}{AD}$

5. $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{BC}$ (答案不唯一)

- 6.证明:因为 $\angle 1 = \angle 2$,

所以 $\angle BAC = \angle DAE$.

$$\text{因为 } \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}, \text{ 所以 } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE},$$

所以 $\triangle ABC \propto \triangle ADE$.

- 7.解:因为 $AC \parallel BD$,

所以 $\triangle OAC \propto \triangle OBD$.

所以 $BD : AC = OB : OA$,

即 $2 : AC = 10 : 60$.

所以 $AC = 12$ cm,

即火焰 AC 的长为 12 cm.

- 8.解:(1)若点 A, P, D 分别与点 B, C, P 对应, 即 $\triangle APD \propto \triangle BCP$,

$$\text{则 } \frac{AD}{BP} = \frac{AP}{BC}. \text{ 所以 } \frac{2}{7-AP} = \frac{AP}{3}.$$

所以 $AP^2 - 7AP + 6 = 0$.

所以 $AP = 1$ 或 $AP = 6$.

经验证, 当 $AP = 1$ 或 $AP = 6$ 时, 都能满足 $\triangle APD \propto \triangle BCP$.

(2)若点 A, P, D 分别与点 B, P, C 对应, 即 $\triangle APD \propto \triangle BPC$,

$$\text{所以 } \frac{AP}{BP} = \frac{AD}{BC}. \text{ 所以 } \frac{AP}{7-AP} = \frac{2}{3}. \text{ 所以 } AP = \frac{14}{5}.$$

经验证, 当 $AP = \frac{14}{5}$ 时, $\triangle APD \propto \triangle BPC$.

因此点 P 的位置有三处, 即分别在线段

AB 上距离点 A 为 $1, \frac{14}{5}, 6$ 处.

第 3 课时 相似三角形的判定(2)

【培优预习】

- 1.(1)①= ②相等. 相等 ③相似

(2) $\angle E \triangle DMN$

归纳:分别相等

- 2.(1)一个锐角 (2)直角边的比 (3)斜边的比 一组直角边的比

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: $\angle DAE \triangle ABC$

$$ADE \triangle AC \triangle ABD \triangle ACE$$

解:(1) $\triangle ABC \propto \triangle ADE$, $\triangle ABD \propto \triangle ACE$.

(2) ①证 $\triangle ABC \propto \triangle ADE$.

因为 $\angle BAD = \angle CAE$,

所以 $\angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC$,

即 $\angle BAC = \angle DAE$.

又因为 $\angle ABC = \angle ADE$,

所以 $\triangle ABC \propto \triangle ADE$.

②证 $\triangle ABD \propto \triangle ACE$.

因为 $\triangle ABC \propto \triangle ADE$,

$$\text{所以 } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}, \text{ 则 } \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}.$$

又因为 $\angle BAD = \angle CAE$,

所以 $\triangle ABD \propto \triangle ACE$.

【针对训练】

- 1.A

[例 2] 思路探究:(1)需证明 $\angle A = \angle A'$ 或 $\angle B = \angle B'$.

(2)需证明 $\text{Rt} \triangle ADC \propto \text{Rt} \triangle A'D'C'$, 这两个直角三角形相似的条件已经具备:

① $\angle ADC = \angle A'D'C' = 90^\circ$; ② $CD : C'D' = AC : A'C'$.

证明:因为 $CD, C'D'$ 分别是两个直角三角形斜边上的高,

所以 $\angle ADC = \angle A'D'C' = 90^\circ$.

又因为 $CD : C'D' = AC : A'C'$,

所以 $\text{Rt} \triangle ADC \propto \text{Rt} \triangle A'D'C'$,

所以 $\angle A = \angle A'$.

又因为 $\angle ACB = \angle A'C'B' = 90^\circ$,

所以 $\triangle ABC \propto \triangle A'B'C'$.

【针对训练】

- 2.解: $BD \cdot DC = DE \cdot DF$ 成立. 理由: 因为 $\angle BAC = 90^\circ$, 所以 $\angle B + \angle C = 90^\circ$. 因为 $ED \perp BC$, 所以 $\angle EDC = 90^\circ$, 所以 $\angle DEC + \angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle DEC = \angle B$. 又因为 $\angle FDB = \angle EDC = 90^\circ$, 所以 $\triangle FDB \propto \triangle CDE$, 所以 $\frac{DF}{DC} = \frac{BD}{DE}$, 所以 $BD \cdot DC = DE \cdot DF$.

【增效作业】

- 1.B 2.C 3.C 4.D 5.3

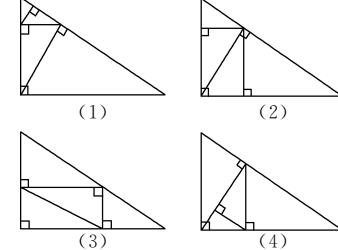
- 6.证明:因为 $DE \perp AB, DF \perp BC$, 所以 $\angle D + \angle DHE = \angle B + \angle BHF = 90^\circ$.

而 $\angle BHF = \angle DHE$, 所以 $\angle D = \angle B$.

又因为 $\angle DEH = \angle C = 90^\circ$,

所以 $\triangle DEH \propto \triangle BCA$.

- 7.解:如答图 27.2.3-1 所示.



答图 27.2.3-1

- 8.(1)证明:因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 $\angle A = \angle ADC = 90^\circ$.

所以 $\angle ADE + \angle CDE = 90^\circ$.

因为 $DE \perp CF$, 所以 $\angle DGC = 90^\circ$,

所以 $\angle DCF + \angle CDE = 90^\circ$,

所以 $\angle ADE = \angle DCF$,

所以 $\triangle ADE \propto \triangle DCF$,

$$\text{所以 } \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}.$$

(2)解:当 $\angle B + \angle EGC = 180^\circ$ 时, $\frac{DE}{CF} =$

$$\frac{AD}{CD} \text{ 成立. 证明如下:}$$

如答图 27.2.3-2, 在 AD 的延长线上取点 M , 使 $CF = CM$, 则 $\angle CMF = \angle CFM$.

因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle CDM$.

因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle CFM = \angle FCB$.

在四边形 $BEGC$ 中, 因为 $\angle B + \angle BEG + \angle EGC + \angle BCG = 360^\circ$, $\angle B + \angle EGC = 180^\circ$,

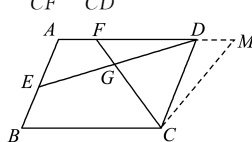
所以 $\angle BEG + \angle BCG = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$.

又因为 $\angle BEG + \angle AED = 180^\circ$,

所以 $\angle AED = \angle FCB$, 所以 $\angle CMF = \angle AED$.

所以 $\triangle ADE \propto \triangle DCM$, 所以 $\frac{DE}{CM} =$

$$\frac{AD}{DC}, \text{ 即 } \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}.$$



答图 27.2.3-2

(3)解: $\frac{DE}{CF} = \frac{25}{24}$.

第4课时 相似三角形的性质

【优效预习】

1. $A'B'D' \sim k$

归纳:相似比 相似比

2. (1) $kB'C' \sim kA'C'$

(2)不是.若 $CD, C'D'$ 分别是 $AB, A'B'$ 边上的高,则 $\frac{CD}{C'D'} = k$, 所以 $S_{\triangle ABC} =$

$$\frac{1}{2}AB \cdot CD, S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{2}A'B' \cdot C'D'.$$

$$\text{所以 } \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot CD}{\frac{1}{2}A'B' \cdot C'D'} = \frac{AB}{A'B'}.$$

$$\frac{CD}{C'D'} = k^2.$$

归纳:(1)相似比 (2)相似比 平方

【高效课堂】

[例1] 思路探究:(1) $AEF \sim ABC \sim EF$

$$BC \sim AEF \sim ABC \quad (2) \frac{4}{5}x$$

解:(1)因为四边形 $EFQP$ 是矩形,所以 $EF \parallel QP$, 所以 $EF \parallel BC$,

所以 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$.

又因为 $AD \perp BC$, 所以 $AH \perp EF$,

$$\text{所以 } \frac{AH}{AD} = \frac{EF}{BC}.$$

$$(2) \text{由(1),得 } \frac{AH}{8} = \frac{x}{10},$$

$$\text{所以 } AH = \frac{4}{5}x,$$

$$\text{所以 } EQ = HD = AD - AH = 8 - \frac{4}{5}x,$$

$$\text{所以 } S_{\text{矩形}EFQP} = EF \cdot EQ$$

$$= x \left(8 - \frac{4}{5}x \right) = -\frac{4}{5}x^2 + 8x$$

$$= -\frac{4}{5}(x-5)^2 + 20.$$

$$\text{因为 } -\frac{4}{5} < 0,$$

所以当 $x=5$ 时, $S_{\text{矩形}EFQP}$ 有最大值,最大值为 20.

【针对训练】

1.解:在矩形 $EFGH$ 中, $EH \parallel FG$, 所以 $\triangle AEH \sim \triangle ABC$,

$$\text{所以 } \frac{AK}{AD} = \frac{EH}{BC}. \text{因为 } EF:FG=1:2,$$

设 $EF=x$, 则 $EH=2x$.

$$\text{所以 } \frac{10-x}{10} = \frac{2x}{20}, \text{解得 } x=5, \text{所以}$$

$$S_{\text{矩形}EFGH} = 5 \times 10 = 50.$$

[例2] 思路探究: $CD \sim BAF \sim 2:5 \sim 2:3$

答案:B

【针对训练】

2. (1) 1:2 (2) 36

【增效作业】

1. B 2. C 3. A 4. 1:4 5. ①②④

6. (1) 证明:因为 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 均为等边三角形,

所以 $AC=AD, BC=CE$,

$\angle DAC = \angle BCE$.

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, CH \perp AB$ 于点 H ,

所以 $\angle BAC + \angle ACH = \angle BCH + \angle ACH = 90^\circ$,

所以 $\angle BAC = \angle BCH$.

所以 $\triangle ACH \sim \triangle CBH$.

所以 $AH:CH=AC:BC=AD:CE$.

所以 $\angle DAC + \angle BAC = \angle BCE + \angle BCH$, 即 $\angle DAH = \angle ECH$.

所以 $\triangle DAH \sim \triangle ECH$.

(2) 解:因为 $AH:HB=1:4$,

所以 $HB=4AH$.

因为 $\triangle ACH \sim \triangle CBH$,

所以 $CH^2 = AH \cdot HB = 4AH^2$.

由(1), 知 $\triangle DAH \sim \triangle ECH$,

所以 $S_{\triangle DAH}:S_{\triangle ECH}=AH^2:CH^2=1:4$.

第5课时 相似三角形应用举例(1)

【优效预习】

(1) 平行 (2) 相似 (3) $\frac{AB}{DE}$

归纳:成正比

【高效课堂】

[例1] 思路探究:(1) 成正比 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$

(2) ②垂直

③ $\triangle OMN \sim \triangle HGN$, 理由:有一个锐角对应相等的两个直角三角形相似.

$$\text{④ } \frac{OM}{HG} = \frac{ON}{HN}$$

解:(1)由题意,得 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$, 因为 $AB=80$ cm, $AC=60$ cm, $DF=900$ cm, 所以 $DE=1200$ cm.

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r cm. 由 $\frac{AB}{GN} =$

$$\frac{AC}{GH}, AB=80$$
 cm, $AC=60$ cm, $GH=156$ cm, 得 $GN=208$ cm.

连接 OM (图略),

因为 NH 与 $\odot O$ 相切于点 M , 所以 $OM \perp MN$,

因为 $NG \perp GH$, 所以 $\triangle OMN \sim \triangle HGN$, 所以 $\frac{OM}{HG} = \frac{ON}{HN}$.

在 $Rt\triangle NGH$ 中,

$$NH = \sqrt{NG^2 + HG^2} = 260.$$

$$\text{所以 } \frac{r}{156} = \frac{r+8}{260}, \text{解得 } r=12.$$

所以景灯灯罩的半径为 12 cm.

【针对训练】

1. 解:连接 EC (图略). 因为 $EC \perp BD, AB \perp BD$, $\angle D$ 为公共角,

所以 $Rt\triangle ECD \sim Rt\triangle ABD$,

$$\text{所以 } \frac{EC}{AB} = \frac{CD}{BD} = \frac{CD}{CD+BC} = \frac{2.5}{2.5+5} =$$

$$\frac{2.5}{7.5} = \frac{1}{3},$$

所以 $AB=3EC=3 \times 1.6=4.8$ (m).

答:路灯的高度 AB 为 4.8 m.

[例2] 思路探究: $ABD \sim ECD \sim \frac{BD}{CD}$

解:因为 $AB \perp BC, EC \perp BC$,

所以 $\angle ABC = \angle DCE = 90^\circ$.

因为 $\angle ADB = \angle CDE$,

所以 $\triangle ABD \sim \triangle ECD$.

$$\text{所以 } \frac{AB}{CE} = \frac{BD}{CD}, \text{即 } \frac{AB}{52} = \frac{110}{55},$$

解得 $AB=104$ m.

答:两岸间的大致距离 AB 为 104 m.

【针对训练】

2. 解:方法1:因为 D, E 分别是 AC, BC 的中点,

所以 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

所以 $AB=2DE=2 \times 15=30$ (m).

方法2:因为 D, E 分别是 AC, BC 的中点, 所以 $DE \parallel AB$,

$$\text{所以 } \triangle ABC \sim \triangle DEC, \text{所以 } \frac{DC}{AC} = \frac{DE}{AB} =$$

$$\frac{1}{2}, \text{所以 } AB=2DE=30 \text{ m},$$

所以 A, B 两点间的距离为 30 m.

【增效作业】

1. C 2. C 3. C 4. 3 m 5. 5

6. 解:如答图 27.2.5-1, 过点 C 作 $CE \parallel AD$, 交 AB 于点 E ,

可得 $AE=CD=2$ m,

$\triangle B'BA' \sim \triangle BCE$.

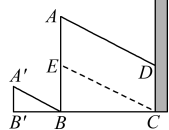
所以 $A'B':BE=B'B:BC$,

即 $1.2:BE=2:4$.

所以 $BE=2.4$.

所以 $AB=2.4+2=4.4$ (m).

故这棵树高是 4.4 m.



答图 27.2.5-1

第6课时 相似三角形应用举例(2)

【优效预习】

1. 眼睛 视点 视线 看不到

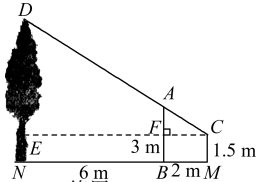
2. (1) ABC (2) $\frac{DE}{BC}$ (3) $\frac{AB \cdot DE}{AD}$

【高效课堂】

[例] 思路探究:(1) 不能. (2) 过 C 作 $CE \perp DN$ 于点 E , 交 AB 于点 F .

(3) DE

解:如答图 27.2.6-1, 过点 C 作 $CE \perp DN$ 于点 E , 交 AB 于点 F , 则 $CE \perp AB$.



答图 27.2.6-1

因为 $AF \parallel DE$, 所以 $\triangle CAF \sim \triangle CDE$.

$$\text{所以 } \frac{AF}{DE} = \frac{CF}{CE},$$

因为 $AF=3-1.5=1.5$ (m),

$CF=BM=2$ m, $CE=BM+BN=8$ m.

$$\text{所以 } \frac{1.5}{DE} = \frac{2}{8}, \text{解得 } DE=6 \text{ m},$$

所以 $DN=DE+EN=6+1.5=7.5$ (m).

所以柏树的高度为 7.5 m.

【针对训练】

解:(1) $\triangle FBG \sim \triangle F_1BG$

(2) 设电线杆 AB 的高度为 x m, $AC=$

y m.

因为 $DM \parallel BG$, 所以 $\triangle FDM \sim \triangle FBG$,

$$\text{所以 } \frac{FM}{FG} = \frac{DM}{BG}, \text{ 所以 } \frac{2}{y+2} = \frac{3-1.5}{x-1.5}, \quad ①$$

$$\text{同理, } \frac{F_1N}{F_1G} = \frac{D_1N}{BG},$$

$$\text{所以 } \frac{3}{y+2+6+3} = \frac{3-1.5}{x-1.5}, \quad ②$$

$$\text{由 } ①② \text{ 解得 } \begin{cases} x=15, \\ y=16, \end{cases}$$

经检验 $\begin{cases} x=15, \\ y=16 \end{cases}$ 是上述方程的解,

所以电线杆 AB 的高度为 15 m.

【增效作业】

1.A 2.C 3.A 4.0.8 m 5.8

6.解:连接 DE , 过点 A 作 $AG \perp DE$ 于点 G , 交 BC 于点 F (图略), 则 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

$$\text{所以 } \frac{AF}{AG} = \frac{BC}{DE}.$$

又因为 $AG=3-1=2$ (m), $AF=0.08$ m, $DE=4$ m,

$$\text{所以 } \frac{0.08}{2} = \frac{BC}{4}.$$

解得 $BC=0.16$ m,

即灯罩的直径应为 0.16 m.

7.解:根据题意可构造相似三角形模型如答图 27.2.6-2, 其中 AB 为树高, EF 为树影在第一级台阶上的影长, BD 为树影在地面上的影长, ED 为台阶高, 并且由光沿直线传播的性质可知, BC 即为树影在地上的全长.

延长 FE , 交 AB 于点 G ,

则 $\text{Rt}\triangle AGF \sim \text{Rt}\triangle ABC$.

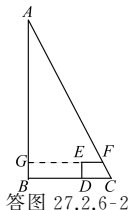
所以 $AG:GF=AB:BC=1:0.4$.

所以 $GF=0.4AG$.

又因为 $GF=GE+EF$, $BD=GE$,

所以 $GF=4.6$ m. 所以 $AG=11.5$ m.

所以 $AB=AG+GB=11.8$ m, 即树高为 11.8 m.



答图 27.2.6-2

8.解:王刚同学的判断正确.

由题图, 知 AE , BF 是竹竿两次的位置, CA 和 BD 是竹竿两次影子的长.

因为 $BF=DB=2$ m, 即 $\angle D=45^\circ$,

所以 $DP=OP$.

因为 $AE \perp CP$, $OP \perp CP$,

所以 $AE \parallel OP$. 所以 $\triangle CEA \sim \triangle COP$.

$$\text{所以 } \frac{CA}{CP} = \frac{EA}{PO}.$$

设 $AP=x$ m, $OP=y$ m,

$$\text{所以 } \frac{1}{1+x} = \frac{2}{y}. \quad ①$$

又因为 $OP=DP=2+4+x=y$, $②$

联立 $①②$ 两式, 得 $x=4$, $y=10$,

所以路灯有 10 m 高, 即王刚同学的判断是正确的.

27.3 位似

第 1 课时 位似

【优效预习】

这种相似的特点是对应点连线交于一点, 对应边互相平行.

(1) 对应 同一点 O 成比例 位似多边形

(2) ①相似 相似比 ②一点 ③互相平行

【高效课堂】

【例】思路探究: (1) ①相似 ②同一点

(2) a, b, c, d, e a, b, d a, b, d a, b, d

a 中的点 a, b 中的点 P, d 中的点 O'

解: a 是位似图形, 位似中心是点 A.

b 是位似图形, 位似中心是点 P.

c 不是位似图形, 因为它不符合对应点连线交于一点.

d 是位似图形, 位似中心是点 O' .

e 不是位似图形, 因为它不符合对应点连线交于一点.

【针对训练】

1.A 2.B

【增效作业】

1.D 2.D 3.B 4.B 5.12 6.54° 7.3

$$8. \triangle A'B'C' \sim \triangle OA'B' \quad \frac{7}{4} \quad \triangle OA'B' \sim \triangle OA'B' \quad \frac{7}{4}$$

第 2 课时 位似作图

【优效预习】

1. (1) 位似中心 (2) 对应点 (3) 位似图形

2. $(-2, 1)$ $(-2, 0)$ $(2, -1)$ $(2, 0)$

归纳: (kx, ky) $(-kx, -ky)$

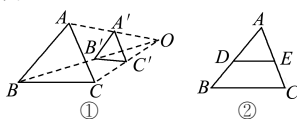
【高效课堂】

【例 1】思路探究: (1) 位似中心的位置可以任意选择.

(2) 原图形的关键点有点 A、点 B、点 C 三个.

(3) 缩小了.

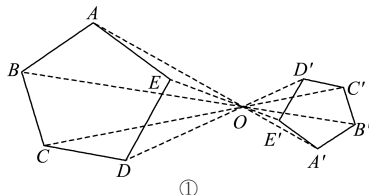
解: 答案不唯一, 示意图如答图 27.3.2-1 所示.



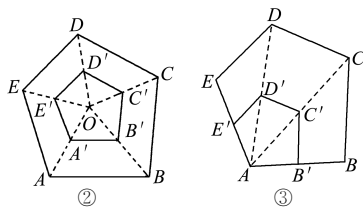
答图 27.3.2-1

【针对训练】

1. 解: 答案不唯一, 如答图 27.3.2-2 所示.



①



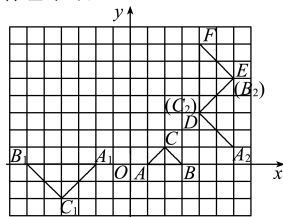
答图 27.3.2-2

【例 2】思路探究: (1) $(-2, 0)$

解: 画图如答图 27.3.2-3 所示.

(1) $(-2, 0)$ $(-6, 0)$ $(-4, -2)$

(2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 先向上平移 1 个单位长度, 再以点 A_1 为圆心顺时针旋转 90° , 最后沿 x 轴的正方向平移 8 个单位长度, 即可得到 $\triangle A_2B_2C_2$. 答案不唯一, 合理即可.



答图 27.3.2-3

【针对训练】

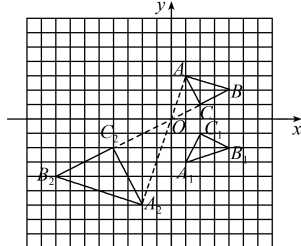
2.D

【增效作业】

1.A 2.D 3. $(\frac{5}{3}, -4)$ 4.6

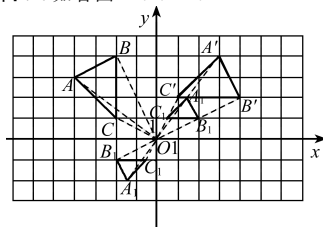
5. 解: (1) 如答图 27.3.2-4, $A_1(1, -3)$, $B_1(4, -2)$, $C_1(2, -1)$.

(2) 如答图 27.3.2-4.



答图 27.3.2-4

6. 解: (1) 如答图 27.3.2-5.



答图 27.3.2-5

(2) 由于 $M(2, 4)$, $M'(-1, -2)$ 都在直线 $y=2x$ 上, 即 M, O, M' 三点共线, 故 θ 为 180° 的整数倍.

根据 M, M' 的坐标易知, $OM=2OM'$, 即 $k=2$, 故 θ 为 180° 的整数倍, $k=2$.

本章整合提升

【专题归纳】

1. (1) 证明: 因为 $\angle APC = \angle PAB + \angle B$, $\angle APD = \angle B$,

所以 $\angle DPC = \angle PAB$.

又因为 $AB = AC$,

所以 $\angle ABP = \angle PCD$,

所以 $\triangle ABP \sim \triangle PCD$,

$$\text{所以 } \frac{AB}{PC} = \frac{BP}{CD},$$

$$\text{所以 } \frac{AC}{PC} = \frac{BP}{CD}.$$

所以 $AC \cdot CD = CP \cdot BP$.

(2) 解: 因为 $PD \parallel AB$, 所以 $\angle DPC = \angle B$.

由 (1), 知 $\angle DPC = \angle PAB$,

所以 $\angle PAB = \angle B$.

因为 $AB = AC$, 所以 $\angle B = \angle C$,

所以 $\angle PAB = \angle C$.

又因为 $\angle PBA = \angle ABC$,

所以 $\triangle PBA \sim \triangle ABC$,

$$\text{所以 } \frac{BP}{AB} = \frac{AB}{BC},$$

$$\text{所以 } BP = \frac{AB^2}{BC} = \frac{10^2}{12} = \frac{25}{3}.$$

2. 解: 连接 MN (图略), 因为 $\frac{AC}{AM} = \frac{30}{1\,000}$, $\frac{AB}{AN} = \frac{54}{1\,800} = \frac{3}{100}$,

$$\text{所以 } \frac{AC}{AM} = \frac{AB}{AN}.$$

$$\text{又因为 } \angle BAC = \angle NAM,$$

所以 $\triangle BAC \sim \triangle NAM$,

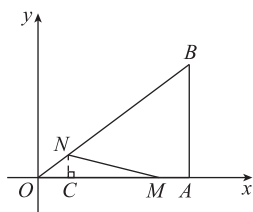
$$\text{所以 } \frac{BC}{MN} = \frac{3}{100},$$

$$\text{所以 } \frac{45}{MN} = \frac{3}{100},$$

$$\text{所以 } MN = 1\,500 \text{ m} = 1.5 \text{ km}.$$

答: M, N 两点之间的直线距离为 1.5 km.

3. 解: (1) 如答图 27-1, 作 $NC \perp x$ 轴于点 C .



答图 27-1

在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中,

因为 $OA = 4, AB = 3$,

所以 $OB = 5$.

由题意, 知 $AM = x, ON = 1.25x, OM = 4 - x$.

因为 $\angle OAB = \angle OCN, \angle NOC = \angle BOA$,

所以 $\triangle ONC \sim \triangle OBA$,

$$\text{所以 } \frac{NC}{AB} = \frac{ON}{OB} = \frac{OC}{OA},$$

$$\text{即 } \frac{NC}{3} = \frac{1.25x}{5} = \frac{OC}{4},$$

所以 $NC = 0.75x, OC = x$,

所以 $N(x, 0.75x)$.

$$(2) S = \frac{1}{2} OM \cdot NC = \frac{1}{2} \times (4 - x) \times$$

$$0.75x = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x = -\frac{3}{8}(x - 2)^2 +$$

$$\frac{3}{2},$$

所以当 $x = 2$ s 时, $\triangle OMN$ 的面积 S 最

大, 最大值是 $\frac{3}{2}$.

(3) 存在, 因为 $\angle NOC = \angle BOA$,

① 当 $MN \perp OB$ 时, $\triangle ONM \sim \triangle OAB$,

$$\text{所以 } \frac{ON}{OA} = \frac{OM}{OB},$$

$$\text{即 } \frac{1.25x}{4} = \frac{4 - x}{5},$$

$$\text{解得 } x = \frac{64}{41}.$$

② 当 $NM \perp OA$ 时, $\triangle OMN \sim \triangle OAB$,

$$\text{所以 } \frac{ON}{OB} = \frac{OM}{OA},$$

$$\text{即 } \frac{1.25x}{5} = \frac{4 - x}{4},$$

解得 $x = 2$.

综上所述, 当 $x = \frac{64}{41}$ s 或 2 s 时, $\triangle OMN$

是直角三角形.

第二十八章 锐角三角函数

28.1 锐角三角函数

第 1 课时 正弦

【优效预习】

$$1. (1) \text{一半 } \frac{1}{2} \quad (2) \text{相等 } 45^\circ \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(3) 这些三角形相似, $\angle A$ 的对边与斜边的比值相等.

归纳: (1) $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) 固定值

2. (1) 对边 斜边 $\sin A$ (2) BC a c

$$\text{归纳: } \frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) 30° (2) 2 勾股

$$\sqrt{AB^2 - AC^2}$$

解: (1) 因为 $\angle B = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$,

$$\text{所以 } \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}.$$

$$(2) \text{因为 } \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2},$$

所以 $AB = 2AC = 2 \times 3 = 6$.

根据勾股定理, 得

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}.$$

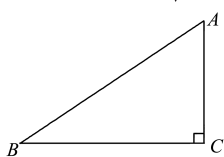
【针对训练】

$$1. 6\sqrt{3} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

[例 2] 思路探究: (1) 根据 $AC : BC = 2 : 3$, 设 $AC = 2x$ ($x > 0$), 则 $BC = 3x$.

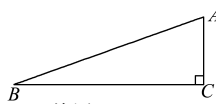
根据勾股定理求出 $AB = \sqrt{13}x$.

$$\text{如答图 28.1.1-1, } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3x}{\sqrt{13}x} = \frac{3\sqrt{13}}{13}.$$



答图 28.1.1-1

(2) 如答图 28.1.1-2,



答图 28.1.1-2

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3},$$

设 $AC = x$ ($x > 0$), 则 $AB = 3x$.

根据勾股定理求出 $BC = 2\sqrt{2}x$.

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{2}x}{3x} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

解: (1) 因为 $AC : BC = 2 : 3$,

所以设 $AC = 2x$ ($x > 0$), 则 $BC = 3x$.

根据勾股定理, 得

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(2x)^2 + (3x)^2} = \sqrt{13x^2} = \sqrt{13}x.$$

$$\text{所以 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3x}{\sqrt{13}x} = \frac{3\sqrt{13}}{13}.$$

$$(2) \text{因为 } \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3},$$

所以设 $AC = x$ ($x > 0$), 则 $AB = 3x$.

根据勾股定理, 得

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{(3x)^2 - x^2} = \sqrt{8x^2} = 2\sqrt{2}x.$$

$$\text{所以 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{2}x}{3x} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

【针对训练】

$$2. \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \frac{1}{4}$$

[例 3] 思路探究: (1) AB $\frac{5}{AB}$ $\frac{25}{3}$

$$(2) AB \quad AB \quad 13x \quad (13x)^2 - (5x)^2 = 12x$$

$$\text{解: (1) 因为 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\text{所以 } AB = \frac{5}{3} BC = \frac{5}{3} \times 5 = \frac{25}{3}.$$

根据勾股定理, 得

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{3}\right)^2 - 5^2} = \frac{20}{3}.$$

$$(2) \text{因为 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13},$$

所以设 $BC = 5x$ ($x > 0$), 则 $AB = 13x$.

由勾股定理, 得

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(13x)^2 - (5x)^2} = 12x,$$

即 $12x = 12$, 所以 $x = 1$.

所以 $BC = 5x = 5$.

【针对训练】

3. D

【增效作业】

$$1. A \quad 2. B \quad 3. A \quad 4. B \quad 5. \frac{4}{5}$$

$$6. \text{解: 因为 } AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17,$$

$$\text{所以 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{17}.$$

7. 解: 拓展探究:

设 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c .

由正弦的定义及勾股定理, 得

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1.$$

创新应用:

$$(1) \sin B = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

(2) 由根与系数的关系, 知

$$\sin A + \sin B = \frac{m}{25}, \sin A \sin B = \frac{12}{25},$$

$$\sin^2 A + \sin^2 B = (\sin A + \sin B)^2 - 2\sin A \sin B = 1,$$

$$\text{所以 } \left(\frac{m}{25}\right)^2 - 2 \times \frac{12}{25} = 1.$$

解得 $m = \pm 35$.

又因为 $\sin A + \sin B > 0$,

所以 $m = 35$.

第2课时 余弦和正切

【优效预习】

1. (1) 是, ∞ ∞ $=$ $=$ (2) 确定

邻斜 $\cos A$

(3) AC b c

2. (1) $=$ 确定 对 邻 $\tan A$

(2) BC AC a b

归纳: 确定

3. 唯一 余弦 正切

【高效课堂】

[例1] 思路探究: (1) BC AB (2) $3x$

$\sqrt{5}x$

$$(3) \frac{AC}{AB} \quad \frac{BC}{AC}$$

解: 因为 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{3}$,

所以不妨设 $BC = 2x (x > 0)$,

则 $AB = 3x$.

由勾股定理, 得 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5}x$.

$$\text{所以 } \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}x}{3x} = \frac{\sqrt{5}}{3},$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{\sqrt{5}x} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

[针对训练]

1. 解: 如答图 28.1.2-1.

$$\text{因为 } \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{5},$$

所以设 $AC = 2x (x > 0)$, 则 $AB = 5x$.

$$\text{所以 } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} =$$

$$\sqrt{(5x)^2 - (2x)^2} = \sqrt{21}x.$$

$$\text{所以 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{21}x}{5x} = \frac{\sqrt{21}}{5},$$

$$\frac{\sqrt{21}x}{5x} = \frac{\sqrt{21}}{5},$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{21}x}{2x} = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

[例2] 思路探究: (1) $BC^2 - CD^2$ $\sqrt{5}x$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

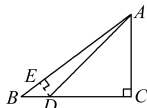
$$(3) AB^2 - AC^2 \quad \sqrt{5}y$$

答案: D

[针对训练]

2. 解: 能求出 $\angle BAD$ 的正切值.

如答图 28.1.2-2, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E .



答图 28.1.2-2

因为 $\angle ADC = 45^\circ$, $DC = 6$,

所以 $AC = DC = 6$.

又因为 $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$, 所以 $AB = 10$.

根据勾股定理, 得

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 8.$$

所以 $BD = 2$.

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, 因为 $\sin B = \frac{DE}{BD} = \frac{3}{5}$,

所以 $DE = BD \cdot \sin B = 1.2$.

所以 $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = 1.6$,

所以 $AE = AB - BE = 8.4$.

$$\text{所以 } \tan \angle BAD = \frac{DE}{AE} = \frac{1.2}{8.4} = \frac{1}{7}.$$

【增效作业】

$$1. C \quad 2. B \quad 3. \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 4. \frac{3}{4} \quad 5. 2$$

6. 解: 因为 $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$, $AB = 6$,

所以 $AC = 4$.

$$\text{所以 } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

7. 2

第3课时 特殊角的三角函数值

【优效预习】

$$1. (1) AB = 2x, AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = \sqrt{3}x.$$

$$\sin A = \sin 30^\circ = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2},$$

$$\cos A = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}x}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\tan A = \tan 30^\circ = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\sin B = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}x}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\cos B = \cos 60^\circ = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2},$$

$$\tan B = \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3}.$$

$$(2) DF = x, DE = \sqrt{DF^2 + EF^2} = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2}x,$$

$$\sin D = \sin 45^\circ = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos D = \cos 45^\circ = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\tan D = \tan 45^\circ = \frac{x}{x} = 1.$$

归纳:

| 锐角三角函数 | 锐角 A | 30° | 45° | 60° |
|----------|------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\sin A$ | | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos A$ | | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\tan A$ | | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ |

$$2. \text{代入 } \frac{1}{2} - 2 \times \frac{1}{2} + 1 \quad \frac{1}{2}$$

【高效课堂】

[例1] 思路探究: $\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\text{解: (1) 原式} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \sqrt{2} \times$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} +$$

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{2})^2}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} + \frac{(1 - \sqrt{2})^2}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})}$$

$$= (-3 - 2\sqrt{2}) + (-3 + 2\sqrt{2}) = -6.$$

[针对训练]

1. 解: (1) $\sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \frac{1}{3} \tan 60^\circ$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{3} \times \sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}.$$

$$(2) \frac{\tan 45^\circ - \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} \cdot \tan 30^\circ$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{1}{3}.$$

$$(3) |\tan 45^\circ - \tan 60^\circ| + \sqrt{\sin^2 60^\circ - 2\cos 30^\circ + 1}$$

$$= |1 - \sqrt{3}| + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}$$

$$= |1 - \sqrt{3}| + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)^2}$$

$$= \sqrt{3} - 1 + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

[例2] 思路探究: (1) 由 $\sin \angle BDC = \frac{BC}{BD}$, $BD = 10\sqrt{2}$, $\angle BDC = 45^\circ$, 得 $\frac{BC}{10\sqrt{2}} =$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{从而求出 } BC = 10.$$

$$(2) BC \quad AB \quad \frac{1}{2} \quad 30^\circ$$

解: 在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中,

$$\sin \angle BDC = \sin 45^\circ = \frac{BC}{BD},$$

$$\text{即 } \frac{BC}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 所以 } BC = 10.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{因为 } \sin 30^\circ = \frac{1}{2},$$

所以 $\angle A = 30^\circ$.

[针对训练]

2.C

【增效作业】

1.B 2.D 3.A 4.A 5.B 6.35°

$$7.\text{解: (1) 原式} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}.$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} - 2}$$

$$= \frac{(\sqrt{3} + 2)^2}{(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)}$$

$$= -(7 + 4\sqrt{3})$$

$$= -7 - 4\sqrt{3}.$$

$$8.\text{解: 由题意, 知 } \sin A - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0, \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos B = 0,$$

$$\text{所以 } \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos B = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{所以 } \angle A = 45^\circ, \angle B = 30^\circ.$$

$$\text{所以 } \angle C = 105^\circ.$$

$$9.\text{解: (1) 由方程有两个相等的实数根, 得 } (-\sqrt{2})^2 - 4\cos A = 0, \text{ 则 } \cos A = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } \angle A = 60^\circ, \text{ 故 } \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

$$(2) \text{ 因为 } AB = 10,$$

$$\text{所以 } AC = AB \cdot \cos A = 5,$$

$$BC = AB \cdot \sin A = 5\sqrt{3}.$$

第4课时 计算器与三角函数值

【优效预习】

$$1. \left[\sin \right] \left[\cos \right] \left[\tan \right] \text{ 角的度数 } \left[= \right]$$

$$\left[\circ ' '' \right] \left[\circ ' '' \right] \left[\circ ' '' \right]$$

$$2. \left[2\text{nd F} \right] \text{ 度 } \left[\circ ' '' \right] \left[= \right]$$

【高效课堂】

[例1] 思路探究: 求正弦值: 先按正弦键 $\left[\sin \right]$, 再输入角的度数.

求余弦值: 先按余弦键 $\left[\cos \right]$, 再输入角的度数.

求正切值: 先按正切键 $\left[\tan \right]$, 再输入角的度数.

解: 探究规律:

(1) 0.174 0.530 0.755 0.999

锐角的正弦值随着角度的增大而增大

(2) 0.940 0.766 0.500 0.174

锐角的余弦值随着角度的增大而减小

(3) 0.176 0.577 1.192 2.747

锐角的正切值随着角度的增大而增大
拓展应用:

① 因为 $12^\circ < 17^\circ < 19^\circ < 69^\circ$,

所以 $\sin 12^\circ < \sin 17^\circ < \sin 19^\circ < \sin 69^\circ$.

② 因为 $20^\circ < 33^\circ < 60^\circ < 79^\circ$,

所以 $\tan 20^\circ < \tan 33^\circ < \tan 60^\circ < \tan 79^\circ$.

[针对训练]

1. 解: (1) $\sin 23^\circ 47' 18'' \approx 0.403 4$.

(2) $\cos 76^\circ 32' 23'' \approx 0.232 8$.

(3) $\tan 29^\circ 17' 38'' \approx 0.561 0$.

[例2] 思路探究: 先按 $\left[2\text{nd F} \right]$ 键, 再按

$\left[\sin \right]$ 键, 输入 0.283 4, 最后按 $\left[= \right]$ 和 $\left[\circ ' '' \right]$ 键.

先按 $\left[2\text{nd F} \right]$ 键, 再按 $\left[\cos \right]$ 键, 输入 0.734 9, 最后按 $\left[= \right]$ 和 $\left[\circ ' '' \right]$ 键.

先按 $\left[2\text{nd F} \right]$ 键, 再按 $\left[\tan \right]$ 键, 输入 2.358, 最后按 $\left[= \right]$ 和 $\left[\circ ' '' \right]$ 键.

解: (1) $\angle A \approx 16^\circ 27' 48''$.

(2) $\angle A \approx 42^\circ 42' 4''$.

(3) $\angle A \approx 67^\circ 1' 8''$.

[针对训练]

2. 解: 因为直径 $AB \perp$ 弦 CD , $BE = \frac{1}{4} CD = 4$,

所以 $\angle COD = 2\angle EOC$, $CE = \frac{1}{2} CD = 8$.

设 $\odot O$ 的半径为 R , 在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中,

$$OC^2 = CE^2 + OE^2,$$

则 $R^2 = 8^2 + (R - 4)^2$, 解得 $R = 10$.

$$\text{所以 } \tan \angle COE = \frac{CE}{OE} = \frac{8}{10 - 4} = \frac{4}{3}.$$

所以 $\angle COE \approx 53^\circ 8'$, 所以 $\angle COD = 2\angle COE \approx 106^\circ 16'$.

【增效作业】

1.B 2.C 3.A 4.>

5. $\cos 48^\circ < \cos 37^\circ < \cos 21^\circ$

$$6.\text{解: (1) 原式} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{3} \times$$

$$1 \times \sqrt{3} = 1 - 1 = 0.$$

$$(2) \text{ 原式} \approx (0.151)^2 - 0.579 + 1.270 \approx 0.023 - 0.579 + 1.270 = 0.714.$$

$$(3) \text{ 原式} \approx 0.456 \times 2.194 \approx 1.000.$$

7. 解: 如答图 28.1.4-1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $BC = 13$, AD 是底边上的高, 所以 $AD \perp BC$.

又因为 $AB = AC$,

$$\text{所以 } BD = CD = 6.5, \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC.$$

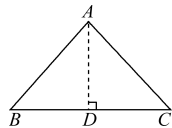
$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \sin \angle BAD = \frac{BD}{AB} = \frac{6.5}{10} =$$

$$0.65,$$

$$\text{所以 } \angle BAD \approx 40^\circ 32'.$$

$$\text{所以 } \angle BAC = 2\angle BAD \approx 81^\circ 4', \angle B = \angle C \approx 49^\circ 28'.$$

所以 $\triangle ABC$ 的三个内角的度数分别为 $81^\circ 4', 49^\circ 28', 49^\circ 28'$.



答图 28.1.4-1

28.2 解直角三角形及其应用

第1课时 解直角三角形

【优效预习】

$$1. (1) a^2 + b^2 = c^2 \quad (2) 90^\circ \quad (3) \frac{a}{c} \quad \frac{b}{c}$$

$$\frac{a}{b} \quad \frac{b}{c} \quad \frac{a}{c} \quad \frac{b}{a}$$

2. 已知元素 未知元素

$$\text{归纳: (1) } \frac{a}{c} \quad 90^\circ - \angle A \quad \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$(2) 90^\circ - \angle A \quad c \sin A \quad c \cos A$$

$$(3) 90^\circ - \angle A \quad \frac{a}{\tan A} \quad \frac{a}{\sin A}$$

$$(4) \sqrt{a^2 + b^2} \quad \frac{a}{b} \quad 90^\circ - \angle A$$

【高效课堂】

[例1] 思路探究: (1) 能求出 $\angle A$ 的正切值 $\tan A$.

(2) ① $90^\circ - \angle A$

② 选择 $\angle A$ 的正切 $\tan A = \frac{BC}{AC}$, 求 BC 边的长.

$$\text{解: (1) 因为 } \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \sqrt{3},$$

所以 $\angle A = 60^\circ$.

所以 $\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

所以 $AB = 2AC = 4\sqrt{2}$.

(2) $\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

$$\text{因为 } \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{所以 } \frac{BC}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

所以 $BC = \sqrt{3}$.

所以 $AB = 2BC = 2\sqrt{3}$.

[针对训练]

1. 解: $\angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$.

$$b = c \cdot \sin B = 14 \times \sin 72^\circ \approx 14 \times 0.95 = 13.3.$$

$$a = c \cdot \cos B = 14 \times \cos 72^\circ \approx 14 \times 0.31 = 4.34 \approx 4.3.$$

[例2] 思路探究: (1) $CD = 6$

(2) $BC = AB$

解: 因为 $\angle C = 90^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$, 所以 $BC = CD = 6$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 因为 $\sin A = \frac{BC}{AB}$, 所以

$$AB = \frac{BC}{\sin A}.$$

又因为 $BC = 6$, $\sin A = \frac{2}{5}$, 所以 $AB =$

$$6 \times \frac{5}{2} = 15.$$

[针对训练]

2. 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD = 12$, $\sin B = \frac{4}{5}$.

因为 $\sin B = \frac{AD}{AB}$, 所以 $AB = \frac{AD}{\sin B} = \frac{12}{\frac{4}{5}} = 15$.

所以 $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$.
又因为 $BC = 14$, 所以 $CD = BC - BD = 14 - 9 = 5$.

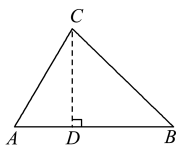
(2) 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 因为点 E 是 AC 的中点,
所以 $ED = EC$.
所以 $\angle C = \angle EDC$.

所以 $\tan \angle EDC = \tan C = \frac{AD}{CD} = \frac{12}{5}$.

[例 3] 思路探究: (1) $\triangle ABC$ 不是直角三角形.
作 AB 边上的高 CD , 把 $\triangle ABC$ 分成两个直角三角形.

(2) 先利用作高得到两个直角三角形, 再通过列方程的方法, 求出 AB 边上的高 CD .

解: 如答图 28.2.1-1. 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D .



答图 28.2.1-1

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 因为 $\angle CDA = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$,

所以 $\frac{CD}{AD} = \tan A = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$,

即 $AD = \frac{\sqrt{3}}{3} CD$.

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, 因为 $\angle B = 45^\circ$,
所以 $\angle BCD = 45^\circ$, 所以 $CD = BD$.

因为 $AB = DB + DA = CD + \frac{\sqrt{3}}{3} CD = 8$,

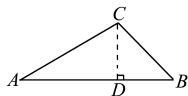
所以 $CD = 12 - 4\sqrt{3}$.

所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 8 \times$

$(12 - 4\sqrt{3}) = 48 - 16\sqrt{3}$.

[针对训练]

3. 解: 如答图 28.2.1-2, 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 则 $\angle ACD = 60^\circ$.



答图 28.2.1-2

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$CD = AC \cdot \sin A = AC \cdot \sin 30^\circ = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = \sqrt{2}$,

$AD = AC \cdot \cos A = AC \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$.

因为 $\angle ACB = 105^\circ$,

所以 $\angle DCB = \angle ACB - \angle ACD = 105^\circ - 60^\circ = 45^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle CDB$ 中, $BD = CD \cdot \tan \angle DCB = CD \cdot \tan 45^\circ = \sqrt{2}$,

$BC = \frac{CD}{\cos \angle DCB} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2$.

所以 $AB = AD + BD = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.

【增效作业】

1. A 2. C 3. C 4. 2

5. 解: (1) $\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

因为 $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 即 $\frac{a}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

所以 $a = 12$.

因为 $\cos A = \frac{b}{c} = \frac{1}{2}$, 即 $\frac{b}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$,

所以 $b = 4\sqrt{3}$.

(2) 因为 $\tan A = \frac{a}{b} = \frac{10}{10\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以 $\angle A = 30^\circ$.

所以 $\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

所以 $c = 2a = 20$.

6. 解: 因为 $\sin B = \frac{5}{13}$, $AE \perp BC$,

所以 $\frac{AE}{AB} = \frac{5}{13}$.

不妨设 $AE = 5x (x > 0)$, $AB = 13x$, 则
 $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{(13x)^2 - (5x)^2} = 12x$.

因为四边形 $ABCD$ 为菱形, 所以 $BC = AB = 13x$,

所以 $BC - BE = EC$, 即 $13x - 12x = 2$,
所以 $x = 2$.

所以四边形 $AECD$ 的周长是 $5x + 2 + 2 \times 13x = (5 + 1 + 26) \times 2 = 64$.

第 2 课时 应用举例(1)

【优效预习】

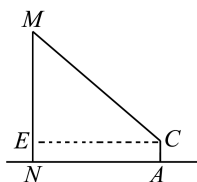
1. 上方 下方

2. (1) 能. 测量底部可以到达的物体的高度的方法及步骤:

① 在测点 A 处安置测角仪, 测得目标 M 的仰角 $\angle MCE = \alpha$.

② 量出测点 A 到物体底部 N 的水平距离 $AN = l$.

③ 量出测角仪的高度 $AC = a$, 如答图 28.2.2-1, 则可由式子 $MN = ME + EN = l \tan \alpha + a$ 求得物体的高 MN .



答图 28.2.2-1

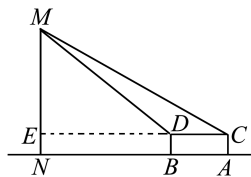
(2) 能. 测量底部不可以到达的物体的高度的方法及步骤:

① 在测点 A 处安置测角仪, 测得此时 M 的仰角 $\angle MCE = \alpha$.

② 在测点 A 与物体之间的 B 处安置测角仪 (A, B 与 N 在一条直线上), 测得此时 M 的仰角 $\angle MDE = \beta$.

③ 量出测角仪的高度 $AC = BD = a$, 以及测点 A, B 之间的距离 $AB = b$, 如答图 28.2.2-2, 则可由式子 $\frac{ME}{\tan \alpha} - \frac{ME}{\tan \beta} =$

b 和 $MN = ME + a$ 求得物体 MN 的高.



答图 28.2.2-2

归纳: (1) 实际问题 数学问题

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: (1) $DE \parallel AB$

(2) $\sin C = \frac{BF}{BC}$ $\sin A = \frac{BF}{AB}$

解: 过点 B 作 $BF \perp AC$ 于点 F (图略).

在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中, 因为 $\sin C = \frac{BF}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

所以 $\frac{BF}{200} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以 $BF = 100\sqrt{2}$ m.

在 $\triangle ABC$ 中,

$\angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 30^\circ$,

所以在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $\sin A = \frac{BF}{AB} = \frac{1}{2}$.

所以 $\frac{100\sqrt{2}}{AB} = \frac{1}{2}$.

所以 $AB = 200\sqrt{2}$ m.

又因为 $AD = 18\sqrt{2}$ m, $BE = 32\sqrt{2}$ m,

所以 $DE = AB - AD - BE = 200\sqrt{2} -$

$18\sqrt{2} - 32\sqrt{2} = 150\sqrt{2}$ (m).

所以 $150\sqrt{2} \div 10 = 15\sqrt{2}$ (m).

答: 该工程队每天至少需要施工 $15\sqrt{2}$ m.

【针对训练】

1. 解: 因为 $BN \parallel ED$,

所以 $\angle NBD = \angle BDE = 37^\circ$.

因为 $AE \perp DE$, 所以 $\angle E = 90^\circ$,

所以 $BE = DE \cdot \tan \angle BDE \approx 18.8$ cm.

过点 C 作 AE 的垂线, 垂足为点 F (图略), 则 $FC \parallel DE$.

因为 $\angle FCA = \angle CAM = 45^\circ$, 所以 $AF = FC$. 因为 $CD \parallel AE$, 所以四边形 $CDEF$

为矩形, 所以 $CD = EF$, $ED = FC = 25$ cm. 因为 $AE = AB + EB \approx 35.8$ cm,

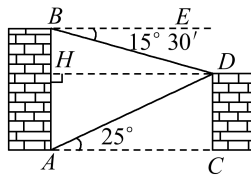
所以 $CD = EF = AE - AF \approx 10.8$ cm.

答: 线段 BE 的长约为 18.8 cm, 线段 CD 的长约为 10.8 cm.

[例 2] 思路探究: (1) $AC \parallel BH$ AH

(2) $\tan \angle BDH = \frac{BH}{DH}$ $\tan \angle ADH = \frac{AH}{DH}$

解: 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H , 如答图 28.2.2-3.



答图 28.2.2-3

设 $DH = x$ m ($x > 0$), 则 $AC = x$ m.

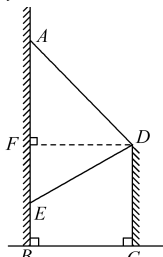
在 $\text{Rt}\triangle BDH$ 中, 因为 $\angle BDH = \angle DBE = 15^\circ 30'$,

所以 $BH=DH \cdot \tan 15.5^\circ = x \cdot \tan 15.5^\circ (\text{m})$.
 在 $\text{Rt} \triangle ADH$ 中, 因为 $\angle ADH = \angle DAC = 25^\circ$,
 所以 $AH=DH \cdot \tan 25^\circ = x \cdot \tan 25^\circ (\text{m})$.
 所以 $x(\tan 25^\circ + \tan 15.5^\circ) = 30$.
 所以 $x = \frac{30}{\tan 25^\circ + \tan 15.5^\circ} \approx 40.3$.

即两建筑物的水平距离 AC 约为 40.3 m .

[针对训练]

2. 解: 如答图 28.2.2-4, 过点 D 作 $DF \perp AB$, 垂足为 F .



答图 28.2.2-4

由题意, 得 $\angle ADF = 45^\circ$, $\angle EDF = 30^\circ$,
 所以在 $\text{Rt} \triangle AFD$ 中, $AF=DF$,
 在 $\text{Rt} \triangle DFE$ 中, $EF=DF \cdot \tan \angle FDE = \frac{\sqrt{3}}{3} DF$.

因为 $AE = 30 \text{ m}$, 所以 $AE = AF + EF = DF + \frac{\sqrt{3}}{3} DF = 30 \text{ m}$.

解得 $DF = 45 - 15\sqrt{3} \approx 19 (\text{m})$.

又因为 $DF=BC$, 所以 $BC \approx 19 \text{ m}$.

答: 甲、乙两建筑物之间的水平距离 BC 的长约是 19 m .

[增效作业]

1.A 2.C 3.A 4.C 5. 36°

6. 解: 在 $\text{Rt} \triangle AHO$ 中, $\sin \alpha = \frac{OH}{OA}$,

所以 $OA = \frac{OH}{\sin \alpha}$.

在 $\text{Rt} \triangle BHO$ 中, $\sin \beta = \frac{OH}{OB}$,

所以 $OB = \frac{OH}{\sin \beta}$.

因为 $AB = 4 \text{ m}$,

所以 $OA + OB = 4 \text{ m}$,

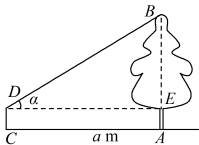
即 $\frac{OH}{\sin \alpha} + \frac{OH}{\sin \beta} = 4$.

所以 $OH = \frac{4 \sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} \text{ m}$.

7. 解: 方法 1:

(1) ②④

(2) 测量方案示意图如答图 28.2.2-5.



答图 28.2.2-5

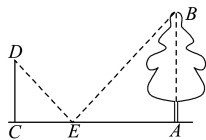
(3) CA (测角仪离树的水平距离) $= a \text{ m}$, $\angle BDE = \alpha$

(4) $1.5 + a \tan \alpha$

方法 2:

(1) ①②

(2) 测量方案示意图如答图 28.2.2-6.



答图 28.2.2-6

(3) EA (镜子离树的水平距离) $= a \text{ m}$,

CE (人离镜子的水平距离) $= b \text{ m}$,

DC (眼到地面的距离) $= c \text{ m}$

(4) $\frac{ac}{b}$

第 3 课时 应用举例(2)

[优效预习]

1. (2) 北偏东 30° 南偏东 45° 南偏西 80° 北偏西 60°

2. (1) 铅直 水平 (2) 水平

归纳: (1) 数学 解直角三角形

(2) 锐角三角函数

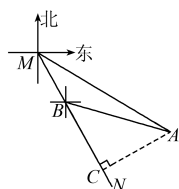
3. 100

[高效课堂]

[例 1] 思路探究: (1) 若 AC 的长度大于 500 m , 则输水路线不会穿过居民区, 反之, 则会穿过居民区.

(2) 30° 45°

解: 如答图 28.2.3-1, 过点 A 作 $AC \perp MN$ 于点 C .



答图 28.2.3-1

由题意, 知 $\angle AMC = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$,

$\angle ABC = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$,

所以 $AC=BC$.

因为 $\tan \angle AMC = \frac{AC}{MC}$,

即 $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AC}{AC+400}$,

所以 $AC = 200(\sqrt{3}+1) \text{ m}$.

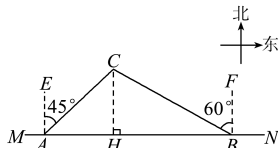
因为 $200(\sqrt{3}+1) > 500$,

所以如果不改变方向, 该输水路线不会穿过居民区.

[针对训练]

1. 解: (1) MN 不会穿过原始森林保护区, 理由如下:

如答图 28.2.3-2, 过 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H , 设 CH 为 $x \text{ m}$.



答图 28.2.3-2

因为 $\angle EAC = 45^\circ$, $\angle FBC = 60^\circ$,

所以 $\angle CAH = 45^\circ$, $\angle CBA = 30^\circ$.

在 $\text{Rt} \triangle HBC$ 中, $\tan \angle HBC = \frac{CH}{HB}$,

所以 $HB = \frac{CH}{\tan 30^\circ} = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}x (\text{m})$.

因为 $AH+HB=AB$, $AH=CH$,

所以 $x+\sqrt{3}x=600$,

解得 $x = \frac{600}{1+\sqrt{3}} \approx 220 > 200$,

所以 MN 不会穿过原始森林保护区.

(2) 设原计划完成这项工程需要 y 天, 则实际完成工程需要 $(y-5)$ 天.

根据题意, 得 $\frac{1}{y-5} = (1+25\%) \times \frac{1}{y}$,

解得 $y=25$. 经检验, 知 $y=25$ 是原方程的根.

答: 原计划完成这项工程需要 25 天.

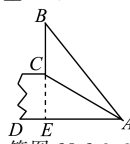
[例 2] 思路探究: 如答图 28.2.3-3, 由

$\frac{CE}{AE} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $AC=10 \text{ m}$,

设 $CE=x \text{ m} (x>0)$, 则 $AE=\sqrt{3}x \text{ m}$.

根据 $CE^2+AE^2=AC^2$ 列出方程求解.

解: 如答图 28.2.3-3, 延长 BC 交 AD 于点 E , 则 $CE \perp AD$.



答图 28.2.3-3

因为 $i = \frac{CE}{AE} = \frac{1}{\sqrt{3}}$,

所以设 $CE=x \text{ m} (x>0)$,

则 $AE=\sqrt{3}x \text{ m}$.

在 $\text{Rt} \triangle ACE$ 中,

因为 $CE^2+AE^2=AC^2$,

所以 $x^2+(\sqrt{3}x)^2=10^2$, 解得 $x=5$.

所以 $CE=5 \text{ m}$, $AE=5\sqrt{3} \text{ m}$.

在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中,

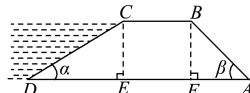
$BE = \sqrt{AB^2-AE^2} = \sqrt{14^2-(5\sqrt{3})^2} = 11 (\text{m})$.

因为 $BE=BC+CE$, 所以 $BC=BE-CE=11-5=6 (\text{m})$.

答: 旗杆 BC 的高度为 6 m .

[针对训练]

2. 解: (1) 如答图 28.2.3-4, 过点 C 作 $CE \perp AD$ 于点 E , 过点 B 作 $BF \perp AD$ 于点 F , 则 $CE=BF=4 \text{ m}$.



答图 28.2.3-4

因为 $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CE}{DE}$,

所以 $DE=4\sqrt{3} \text{ m}$.

同理可得, $AF=4 \text{ m}$.

所以 $AD=(9+4\sqrt{3}) \text{ m}$.

(2) 由 $CE=4 \text{ m}$, $DE=4\sqrt{3} \text{ m}$, 得 $DC = \sqrt{CE^2+DE^2} = 8 (\text{m})$,

即迎水坡 CD 的长为 8 m .

(3) 因为 $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 且 α 为锐角,

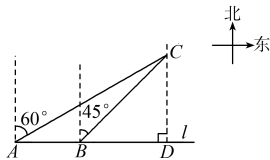
所以 $\alpha=30^\circ$.

因为 $\tan \beta = \frac{1}{1} = 1$, 且 β 为锐角,
所以 $\beta = 45^\circ$.

【增效作业】

1. A 2. A 3. 100 4. 75° 5. 10

6. 解: 如答图 28.2.3-5, 过点 C 作 $CD \perp l$, 垂足为 D , 设 $CD = x$ km.



答图 28.2.3-5

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,
由题意, 知 $\angle CBD = \angle BCD = 45^\circ$,
所以 $BD = CD = x$ km.
在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,
由题意, 知 $\angle CAD = 30^\circ$,
因为 $\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD}$,

$$\text{所以 } \tan 30^\circ = \frac{x}{x+2},$$

$$\text{即 } \frac{x}{x+2} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 解得 } x = \sqrt{3} + 1.$$

经检验, 知 $x = \sqrt{3} + 1$ 是原方程的根, 所以 $\sqrt{3} + 1 \approx 2.7$.

答: 景点 C 到观光大道 l 的距离约是 2.7 km.

7. 解: 过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F (图略), 所以四边形 $ABEF$ 为矩形.
所以 $AF = BE$, $EF = AB = 2$ m.
设 $DE = x$ m,

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle CDE \text{ 中, } CE = \frac{DE}{\tan \angle DCE} =$$

$$\frac{DE}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} x \text{ m.}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, 因为 } \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}, AB = 2 \text{ m,}$$

$$\text{所以 } BC = 2\sqrt{3} \text{ m.}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AFD \text{ 中, } DF = DE - EF = (x - 2) \text{ m,}$$

$$\text{所以 } AF = \frac{DF}{\tan \angle DAF} = \frac{x-2}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}(x-2) \text{ (m).}$$

$$\text{因为 } AF = BE = BC + CE, \text{ 所以 } \sqrt{3}(x-2) = 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\text{解得 } x = 6.$$

答: 树 DE 的高度为 6 m.

本章整合提升

【专题归纳】

1. A 2. 24

3. 解: 需要拆除. 理由如下:

因为 $CB \perp AB$, $\angle CAB = 45^\circ$,
所以 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

所以 $AB = BC = 10$ m.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, 新坡面 DC 的坡度为 $i = \sqrt{3} : 3$,

$$\text{所以 } \tan \angle CDB = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{所以 } \angle CDB = 30^\circ.$$

$$\text{所以 } DC = 2BC = 20 \text{ m.}$$

$$\text{因为 } BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = 10\sqrt{3} \text{ m.}$$

$$\text{因为 } AD = BD - AB,$$

$$\text{所以 } AD = 10\sqrt{3} - 10 \approx 7.32 \text{ (m).}$$

$$\text{因为 } 3 + 7.32 = 10.32 > 10,$$

所以需要拆除.

第二十九章 投影与视图

29.1 投影

第 1 课时 平行投影和中心投影

【优效预习】

1. 影子 照射光线 投影所在的平面

归纳: 大小、方向

2. 平行

归纳: (1) 一样长 (2) 一样长 本身

(3) 不一定相同

(4) 正比例

3. 同一点 (点光源) 发出的 中心投影

归纳: (1) 短 长 (2) 长 短 大于

(3) 直线

4. 投影 影子 平行光线下 正比例

点光源发出的光线 正比例

【高效课堂】

[例 1] 思路探究: 上午 10 时, 北半球太阳光下旗杆的影子大约在旗杆的北偏西方向.

答案: C

[针对训练]

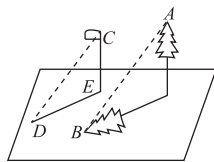
1. B

[例 2] 思路探究: (1) 连接大树的顶端 A 与大树的影子的顶端 B 可得太阳光线 AB .

(2) 利用太阳光线是平行光线, 过旗杆顶端 C 作出 AB 的平行线可得旗杆的影子.

$$(3) \frac{x}{6} = \frac{4}{5}$$

解: (1) 如答图 29.1.1-1.



答图 29.1.1-1

作法: ① 连接大树的顶端 A 与大树的影子的顶端 B ;

② 过旗杆的顶端 C 作 $CD \parallel AB$, 交地面于点 D ;

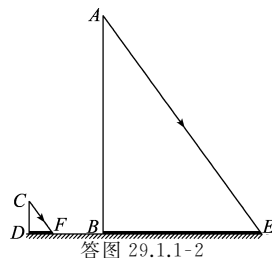
③ 连接 D 与旗杆的底部 E , 线段 DE 即为所求.

(2) 设大树的高度为 x m. 根据题意, 得

$$\frac{x}{6} = \frac{4}{5}, \text{ 解这个方程, 得 } x = 4.8, \text{ 即大树的高度是 } 4.8 \text{ m.}$$

[针对训练]

2. 解: (1) 如答图 29.1.1-2, 线段 BE 为建筑物 AB 在阳光下的影子.



答图 29.1.1-2

$$(2) \text{ 由题意, 得 } \frac{1.65}{1.2} = \frac{AB}{8}, \text{ 所以 } AB = \frac{8 \times 1.65}{1.2} = 11 \text{ (m),}$$

即建筑物 AB 的高为 11 m.

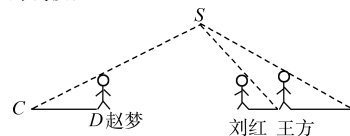
[例 3] 思路探究: (1) 画出经过刘红与王方的头顶端与他们的影子顶端的两条直线, 它们的交点就是路灯的位置.

(2) 画出经过路灯与赵梦头顶端的光线, 可得赵梦的影子.

(3) SO 设 $SO = x$, 利用解直角三角形的知识列出方程求解.

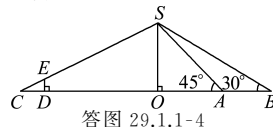
$$(4) \text{ 相似 } \frac{CO}{CD} = \frac{OS}{DE}$$

解: (1) 如答图 29.1.1-3 所示, 点 S 为路灯所在的位置, CD 为表示赵梦影子的线段.



答图 29.1.1-3

(2) 如答图 29.1.1-4, 设刘红影子的顶端为 A , 王方影子的顶端为 B , DE 为赵梦的身高, CD 为赵梦的影长, SO 为路灯的高.



答图 29.1.1-4

设 $OS = x$, 则 $OA = x$, $OB = x + 7.3$.

在 $\text{Rt}\triangle SOB$ 中, 因为 $\angle B = 30^\circ$, 所以 $BS = 2SO = 2x$.

根据勾股定理, 知 $(2x)^2 = x^2 + (x + 7.3)^2$,

解得 $x \approx 10$ 或 $x \approx -2.67$ (舍去).

因为 $ED \perp CO$, $SO \perp CO$,

所以 $ED \parallel SO$,

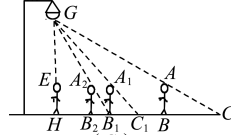
$$\text{所以 } \frac{CO}{CD} = \frac{SO}{ED}, \text{ 即 } \frac{CO}{3.2} \approx \frac{10}{1.6}.$$

所以 $CO \approx 20$, 所以 $AC = CO + OA \approx 20 + 10 = 30$.

所以赵梦与刘红两人影子的顶端相距约 30 m.

[针对训练]

3. (1) 解: 如答图 29.1.1-5.



答图 29.1.1-5

(2) 解: 由题意, 得 $\triangle ABC \sim \triangle GHC$, 所

$$\frac{AB}{GH} = \frac{BC}{HC},$$

$$\text{所以 } \frac{1.6}{GH} = \frac{3}{6+3}, \text{ 所以 } GH = 4.8 \text{ m.}$$

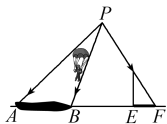
故路灯灯泡的垂直高度 GH 为 4.8 m.

$$(3) \frac{3}{n+1}$$

【增效作业】

1.C 2.B 3.C 4.远 5.不同 6.1.8

7.解:如答图 29.1.1-6,连接点 A 与伞的顶端、点 B 与空降兵脚,两线延长交于点 P ,这就是光源的位置.连接点 P 与木桩顶端并延长交地面于点 F ,则 EF 即为所求木桩的影子.



答图 29.1.1-6

8.解:(1)由题意,知线段 CP 即为王琳在路灯 B 下的影子.

(2)由题意,得 $\text{Rt}\triangle CEP \sim \text{Rt}\triangle CBD$.

$$\text{所以 } \frac{EP}{BD} = \frac{CP}{CD}.$$

$$\text{所以 } \frac{1.8}{9} = \frac{2}{2+6.5+QD},$$

解得 $QD = 1.5 \text{ m}$.

即王琳站在 Q 处时在路灯 A 下的影长为 1.5 m.

(3)因为 $\text{Rt}\triangle DFQ \sim \text{Rt}\triangle DAC$,

$$\text{所以 } \frac{FQ}{AC} = \frac{QD}{CD}, \text{ 所以 } \frac{1.8}{AC} = \frac{1.5}{1.5+6.5+2}.$$

解得 $AC = 12 \text{ m}$.

故路灯 A 的高度为 12 m.

第 2 课时 正投影

【培优预习】

1.垂直

2.(1) $AB = A_1B_1$ $AB > A_2B_2$ 一个点 A_3

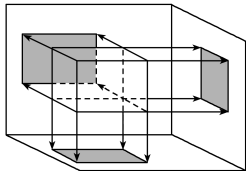
(2)一样 不完全一样 一条线段

【高效课堂】

[例 1] 思路探究:(1)当物体的某个面与投影面平行时,这个面的正投影和该面全等.所以在投影面上作出与投影面平行的面全等的图形即可.

(2)当物体的某个面与投影面垂直时,这个面的正投影是一条线段.所以在投影面上作出相应线段即可.

解:如答图 29.1.2-1 所示.



答图 29.1.2-1

【针对训练】

1.解:如答图 29.1.2-2 所示.



答图 29.1.2-2

[例 2] 思路探究:(1)矩形.

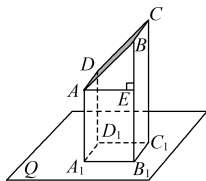
(2) $AD = A_1D_1$, AB 与 A_1B_1 不相等.

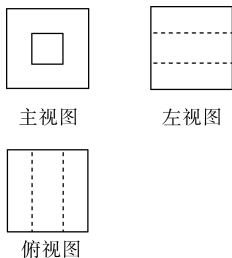
利用 $AD = A_1D_1$, 求出 $A_1D_1 = 10 \text{ cm}$, 过点 A 作 $AE \perp BB_1$ 于点 E , 利用解直

角三角形的知识求出 A_1B_1 的长.

(3) $S_{\text{矩形} A_1B_1C_1D_1} = A_1D_1 \cdot A_1B_1$.

解:如答图 29.1.2-3,过点 A 作 $AE \perp BB_1$ 于点 E .

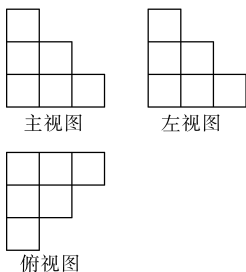




主视图 左视图
俯视图
答图 29.2.1-4

9.D

10.解:(1)三视图如答图 29.2.1-5 所示.



主视图 左视图
俯视图
答图 29.2.1-5

$$(2) 2 \times (1+2+3) + 2 \times (1+2+3) + 2 \times (1+2+3) = 36(\text{cm}^2).$$

第2课时 由三视图到立体图形

【优效预习】

主视图 左视图 俯视图

【高效课堂】

【例1】思路探究:矩形 圆 圆柱

答案:圆柱

【针对训练】

1.B

【例2】思路探究:3 3 1 2 2 1

2 1 8

答案:D

【针对训练】

2.解:该物体是由三个正方体组成的,其形状如答图 29.2.2-1.



答图 29.2.2-1

【增效作业】

1.A 2.D 3.B 4.C 5.6 11

6.正方体,球(答案不唯一) 7.三棱锥

8.三 左边第三行第一列 9.C

10.解:(1)三棱柱.

(2)由题意,知主视图是一个直角三角形,结合图中数据可得直角三角形的斜边是 10 cm,

$$S = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8 + 8 \times 4 + 10 \times 4 + 6 \times 4 = 144(\text{cm}^2),$$

即几何体的表面积为 144 cm^2 .

第3课时 三视图的有关计算

【优效预习】

1.(1)六 长 \times 宽 \times 高

(2)六 棱长 \times 棱长 \times 棱长

(3)侧面积+底面积 $\frac{1}{3} \times \text{底面积} \times \text{高}$

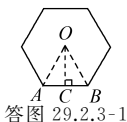
(4)侧面积+2 \times 底面积 底面积 \times 高
归纳:之和 表面积

2.解:由三视图知这个立体图形是圆柱,圆柱的底面直径为 10,高为 10,所以这个圆柱的体积为 $V = \pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \times 10 = 250\pi$,即这个立体图形的体积为 250π .

【高效课堂】

【例】思路探究:(1)由俯视图和主视图易得此几何体为正六棱柱.

(2)根据主视图得其底面的正六边形的边长为 6,而正六边形由 6 个等边三角形组成,其中等边三角形的边长为 6,如答图 29.2.3-1 所示,连接 OA, OB ,过点 O 作 $OC \perp AB$ 交 AB 于点 C ,在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中,因为 $\angle CAO = 60^\circ, OA = 6$,所以 $\triangle AOB$ 的高 OC 的长为 $6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$,所以 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$,则 $S_{\text{正六边形}} = 9\sqrt{3} \times 6 = 54\sqrt{3}$.通过左视图可得几何体的高 $h = 2$,所以 $V = S_{\text{正六边形}} \cdot h = 54\sqrt{3} \times 2 = 108\sqrt{3}$.

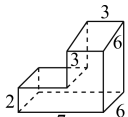


答图 29.2.3-1

答案:C

【针对训练】

解:先画出这个几何体,如答图 29.2.3-2 所示.该几何体由两个长方体组成, $V = 7 \times 6 \times 2 + 3 \times 6 \times 3 = 138(\text{mm}^3)$.



答图 29.2.3-2

【增效作业】

1.C 2.B 3.B 4.A 5.abc 6.6

7.解:侧面积为 $6 \times 3 \times 2 = 36(\text{cm}^2)$.

底面是边长为 2 cm 的正六边形,它可分成 6 个边长为 2 cm 的等边三角形,

$$\text{所以一个底面积是 } 6 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2).$$

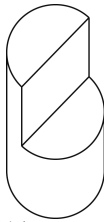
$$\text{所以表面积为 } 6\sqrt{3} \times 2 + 36 = (12\sqrt{3} + 36)(\text{cm}^2).$$

8.解:该几何体如答图 29.2.3-3 所示.

表面积为

$$2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 + 8\pi \cdot 10 + 5 \times 8 - \pi \cdot \frac{8}{2} \times 5 = 92\pi + 40.$$

$$\text{体积为 } \pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 10 -$$



答图 29.2.3-3

$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 5 = 120\pi.$$

9.解:模型的体积为 $300 \times 200 \times 100 + 50 \times 80 \times 80 = 6\,320\,000(\text{cm}^3) = 6.32(\text{m}^3)$,故模型的质量为 $6.32 \times 450 = 2\,844(\text{kg})$.模型的表面积为 $300 \times 100 \times 2 + 300 \times 200 \times 2 + 100 \times 200 \times 2 + 50 \times 80 \times 4 = 236\,000(\text{cm}^2) = 23.6(\text{m}^2)$, $1 \div 4 \times 23.6 = 5.9(\text{kg})$.故需要 5.9 kg 油漆.

29.3 课题学习 制作立体模型(略) 本章整合提升

【专题归纳】

1.(1) 8

(2)解:由题意,知 $AB \perp BH, CD \perp BH, FG \perp BH$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $CD \parallel AB$,所以 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.

$$\text{所以 } \frac{CD}{AB} = \frac{DE}{DE+BD}. \quad ①$$

$$\text{同理可得, } \frac{FG}{AB} = \frac{HG}{HG+GD+BD}. \quad ②$$

因为 $CD = FG = 1.7 \text{ m}, DE = 3 \text{ m}, DG = GH = 5 \text{ m}$,

$$\text{所以由 } ①②, \text{得 } \frac{3}{3+BD} = \frac{5}{10+BD}.$$

解得 $BD = 7.5 \text{ m}$.

把 $BD = 7.5$ 代入 ①,得

$$AB = 5.95 \approx 6.0(\text{m}).$$

所以路灯杆 AB 的高度约为 6.0 m.

2.解:(1)由题意,知 $EF \perp AB$.

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $\angle BEF = \alpha$,

$$BF = (30-h) \text{ m}, EF = AC = 30 \text{ m},$$

$$\text{所以 } \tan \angle BEF = \frac{BF}{EF}.$$

$$\text{所以 } \tan \alpha = \frac{30-h}{30},$$

解得 $h = 30 - 30 \tan \alpha$.

(2)当 $\alpha = 30^\circ$ 时,

$$h = 30 - 30 \tan \alpha \approx 12.68.$$

因为每层楼的高度为 3 m,

所以 $12.68 \div 3 \approx 4.23$.

所以当 $\alpha = 30^\circ$ 时,甲楼楼顶 B 点的影子落在乙楼的第五层.

当 $h = 0$ 时, $30 - 30 \tan \alpha = 0$,

$$\text{解得 } \tan \alpha = 1, \text{所以 } \alpha = 45^\circ.$$

$$\text{所以 } t = \frac{45^\circ - 30^\circ}{15^\circ} = 1.$$

所以从此时起 1 h 后甲楼的影子刚好不影响乙楼采光.

3.A 4.B 5.A

期中测试卷(一)

1.D 解析:A项是正比例函数,B项是一次函数,C项是二次函数,D项中 $y=\frac{40}{x}$,是反比例函数.

2.D 解析:把 $(-1,-2)$ 代入 $y=\frac{k-1}{x}$,得 $-2=\frac{k-1}{-1}$,所以 $k=3$.

3.D 解析:当 $a>0$ 时,函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象位于第一、三象限, $y=-ax^2+a$ 的图象的开口向下,与 y 轴交于正半轴,没有符合的选项;当 $a<0$ 时,函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象位于第二、四象限, $y=-ax^2+a$ 的图象的开口向上,与 y 轴交于负半轴,D选项符合,故选D.

4.D 解析:当 $k<0$ 时,反比例函数的图象在第二、四象限,当 $x>0$ 时,函数图象在第四象限,故选D.

5.D 解析:在 $y=\frac{15}{x}$ 中, $x\neq 0$,且 x 是茶杯的只数,所以 x 取正整数,故选D.

6.A 解析:因为反比例函数的图象位于第二、四象限,所以 $2k-1<0$,即 $k<\frac{1}{2}$.又因为 $3k^2-2k-1=-1$,所以 $k=0$ 或 $k=\frac{2}{3}$ (舍去),所以 $k=0$,故选A.

7.D 解析:因为当一次函数的图象位于反比例函数图象的下方时, $y_1<y_2$,所以 x 的取值范围是 $0<x<2$ 或 $x>5$,故选D.

8.B 解析:因为 $y=\frac{k}{x}$ ($k<0$),所以其图象在第二、四象限内,且在象限内 y 随 x 的增大而增大.因为 $0<2<4$,所以A,B两点都在第四象限内,所以 $y_1<y_2$.

9.D 解析:设 $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 的直角边长分别为 a,b ,则点B的坐标为 $(a+b,a-b)$.

因为点B在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上,所以 $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2=6$.

所以 $S_{\triangle OAC}-S_{\triangle BAD}=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}b^2=\frac{1}{2}(a^2-b^2)=\frac{1}{2}\times 6=3$,故选D.

10.A 解析:当反比例函数图象经过点C时, $k=2$;当反比例函数图象与直线AB只有一个交点时,令 $-x+\frac{6}{x}$,得 $x^2-6x+k=0$,此时方程有两个相等的实数根,故 $\Delta=36-4k=0$,所以 $k=9$,所以 k 的取值范围是 $2\leq k\leq 9$,故选A.

11.6 解析:因为 y 与 $2x+1$ 成反比例,所以设 $y=\frac{k}{2x+1}$ ($k\neq 0$).将 $x=1,y=2$ 代入,得 $k=6$,所以 $y=\frac{6}{2x+1}$,再将 $x=0$ 代入,得 $y=6$.

12. $y=-\frac{8}{x}$ 解析:设点 $P(x,y)$,因为点P与点Q(2,

4)关于 y 轴对称,所以 $P(-2,4)$,所以 $k=xy=-2\times 4=-8$,所以 $y=-\frac{8}{x}$.

13.减小 解析:因为反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 是常数, $k\neq 0$)的图象经过点(2,3),所以 $k=2\times 3=6>0$,所以在这个函数图象所在的每个象限内, y 的值随 x 的值增大而减小.

14.4 解析:由反比例函数 $y=\frac{k-3}{x}$ 的图象位于第一、三象限内,得 $k-3>0$,即 $k>3$.

又因为正比例函数 $y=(2k-9)x$ 的图象过第二、四象限,所以 $2k-9<0$,所以 $k<\frac{9}{2}$,所以 k 的整数值是4.

15. $y=\frac{500}{x}$ ($x>0$) 反比例

16.4 解析:设点 $A(x,\frac{k}{x})$,因为 $OM=MN=NC$,所以

$AM=\frac{k}{x}$, $OC=3x$.由 $S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}OC\cdot AM=\frac{1}{2}\cdot 3x\cdot \frac{k}{x}=6$,解得 $k=4$.

17. $-1<a<1$ 解析:因为 $k>0$,

所以反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象位于第一、三象限.

又因为 $a-1<a+1$,且 $y_1<y_2$,

所以点 $(a-1,y_1)$ 位于第三象限,点 $(a+1,y_2)$ 位于第一象限,

所以 $a-1<0,a+1>0$,

所以 $-1<a<1$.

18.24 解析:由反比例函数图象的对称性,知点A和点B关于原点对称,所以有 $x_2=-x_1,y_2=-y_1$.又因为

点A在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上,所以 $x_1y_1=6$,故

$(x_2-x_1)\cdot(y_2-y_1)=(-2x_1)(-2y_1)=4x_1y_1=24$.

19.解:(1)因为反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象经过点A(m,1),

所以将A(m,1)代入 $y=\frac{3}{x}$ 中,得 $m=3$.

故点A的坐标为(3,1).

将A(3,1)代入 $y=kx$,得 $k=\frac{1}{3}$,

所以正比例函数的解析式为 $y=\frac{x}{3}$.

(2)联立方程,得 $\begin{cases} y=\frac{x}{3}, \\ y=\frac{3}{x}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-3, \\ y=-1. \end{cases}$

所以正比例函数与反比例函数的图象的另一个交点的坐标为(-3,-1).

20.解:(1)设点A的坐标为(a,b),则 $b=\frac{k}{a}$,所以 $ab=k$.

因为 $\triangle OAM$ 的面积为1,即 $\frac{1}{2}ab=1$,所以 $\frac{1}{2}k=1$,
所以 $k=2$.

所以反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

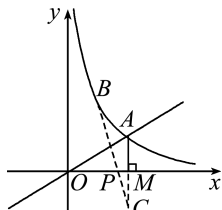
$$(2) \text{ 由 } \begin{cases} y=\frac{2}{x}, \\ y=\frac{1}{2}x, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=-2, \\ y=-1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$$

所以点A的坐标为(2,1).

设点A关于x轴的对称点为点C,

则点C的坐标为(2,-1).

若要在x轴上求一点P,使 $PA+PB$ 最小,即 $PB+PC$ 最小,则点P应为直线BC与x轴的交点,如答图Z1-1所示.



答图 Z1-1

设直线BC对应的解析式为 $y=mx+n$.

因为点B的坐标为(1,2),点C的坐标为(2,-1),

$$\text{所以 } \begin{cases} 2=m+n, \\ -1=2m+n. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=-3, \\ n=5. \end{cases}$$

所以直线BC对应的解析式为 $y=-3x+5$.

当 $y=0$ 时, $x=\frac{5}{3}$,所以点P的坐标为 $(\frac{5}{3},0)$.

21.解:(1)由题意,得 $50 \times 6=300(\text{km})$,

故甲、乙两地相距300 km.

(2) t 将减小.

(3)由题意,得 $t=\frac{300}{v}(v>0)$.由 $v=80 \text{ km/h}$ 可得,

$$t=\frac{300}{80}=3.75(\text{h}),$$

即它从甲地到乙地最快需要3.75 h.

22.解:(1)因为 $y=2x-4$ 的图象过点A(a,2),

所以 $a=3$.

因为 $y=\frac{k}{x}$ 的图象过点A(3,2),所以 $k=6$,

所以 $y=\frac{6}{x}$.

$$(2) \text{ 联立方程,得 } \begin{cases} y=2x-4, \\ y=\frac{6}{x}, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-1, \\ y=-6. \end{cases}$$

所以另外一个交点是(-1,-6).

画出图象(图略)可知,

当 $x<-1$ 或 $0<x<3$ 时, $\frac{6}{x}>2x-4$.

23.解:(1)由题意,设点P的坐标为(m,2).

因为点P在正比例函数 $y=x$ 的图象上,所以 $2=m$,
即 $m=2$.

所以点P的坐标为(2,2).

又因为点P在反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象上,

所以 $2=\frac{k-1}{2}$,解得 $k=5$.

(2)因为在反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 图象的每一支上, y 随 x 的增大而减小,

所以 $k-1>0$,解得 $k>1$.

(3)因为反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 图象的一支位于第二象限,

所以在该函数图象的每一支上, y 随 x 的增大而增大.

因为点A(x_1, y_1)与点B(x_2, y_2)都在该函数的第二象限内的图象上,且 $y_1>y_2$,

所以 $x_1>x_2$.

24.解:(1)将点C的坐标(-1,2)代入 $y_1=x+m$,得
 $m=3$,

所以 $y_1=x+3$;

将点C的坐标(-1,2)代入 $y_2=\frac{k}{x}$,得 $k=-2$,

所以 $y_2=-\frac{2}{x}$.

$$(2) \text{ 联立方程,得 } \begin{cases} y=x+3, \\ y=-\frac{2}{x}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=-1, \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-2, \\ y=1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2, \\ y=1. \end{cases}$$

所以点D的坐标为(-2,1).

(3)当 $y_1>y_2$ 时,一次函数的图象在反比例函数的图象的上方,

此时 x 的取值范围是 $-2<x<-1$.

25.解:(1)因为反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点A(-2,-5),

所以 $m=(-2) \times (-5)=10$.

所以反比例函数的解析式为 $y=\frac{10}{x}$.

因为点C(5,n)在反比例函数的图象上,

所以 $n=\frac{10}{5}=2$.

所以点C的坐标为(5,2).

因为一次函数的图象经过点A,C,将这两个点的坐标代入 $y=kx+b$,得

$$\begin{cases} -5=-2k+b, \\ 2=5k+b, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=1, \\ b=-3. \end{cases}$$

所以所求一次函数的解析式为 $y=x-3$.

(2)因为一次函数 $y=x-3$ 的图象交 y 轴于点B,

所以点B的坐标为(0,-3).

所以 $OB=3$.

因为点A的横坐标为-2,点C的横坐标为5,

$$\text{所以 } S_{\triangle AOC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OB \times |-2| + \frac{1}{2} OB \times 5 = \frac{1}{2} \times 3 \times (2+5) = \frac{21}{2}.$$

故 $\triangle AOC$ 的面积为 $\frac{21}{2}$.

期中测试卷(二)

1.D 解析:根据相似图形的定义,知 A,B,C 项都是相似图形;D 项中一个是等边三角形,一个是直角三角形,不是相似图形.

2.D 解析:由 $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$, 可设 $x = 4k (k \neq 0)$, $y = 3k$, 则 $\frac{x+y}{x} = \frac{4k+3k}{4k} = \frac{7}{4}$.

3.D 解析: $15 \times 6\,000\,000 = 90\,000\,000(\text{cm}) = 900(\text{km})$.

4.A 解析:因为 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 根据相似三角形的性质“相似三角形对应中线的比等于相似比”, 故选 A.

5.D 解析:因为 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 所以 $\frac{BC}{EF} = \frac{1}{2}$, 选项 A 不一定成立; $\frac{\angle A \text{ 的度数}}{\angle D \text{ 的度数}} = 1$, 选项 B 不成立; $\frac{\triangle ABC \text{ 的面积}}{\triangle DEF \text{ 的面积}} = \frac{1}{4}$, 选项 C 不成立; $\frac{\triangle ABC \text{ 的周长}}{\triangle DEF \text{ 的周长}} = \frac{1}{2}$, 选项 D 成立.

6.C

7.B 解析:因为 D,E 分别为 $\triangle ABC$ 的边 AB,AC 的中点, 所以 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 所以 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2} BC$, 所以 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 所以 $\triangle ADE$ 的面积: $\triangle ABC$ 的面积 = 1:4, 所以 $\triangle ADE$ 的面积: 四边形 BCED 的面积 = 1:3, 故选 B.

8.D 解析:①虽然对应边成比例, 但是对应角不一定相等, 所以不一定相似, 如所有菱形的对应边成比例, 但是它们不一定相似; ②两个矩形有一组邻边对应成比例, 就可以得出四条边对应成比例, 并且它们的内角都是 90° , 所以这两个矩形相似; ③有一个角对应相等的平行四边形的对应边不一定成比例, 所以不一定相似; ④有一个角对应相等就可以得出菱形的其他角对应相等, 并且菱形的对应边成比例, 所以相似. 故选 D.

9.B 解析:设 $AE = x$, 则 $AC = x + 4$.

因为 AC 平分 $\angle BAD$,

所以 $\angle BAC = \angle CAD$.

因为 $\angle CDB = \angle BAC$,

所以 $\angle CAD = \angle CDB$.

又因为 $\angle ACD = \angle DCE$,

所以 $\triangle ACD \sim \triangle DCE$,

$$\text{所以 } \frac{CD}{CE} = \frac{AC}{DC}, \text{ 即 } \frac{6}{4} = \frac{x+4}{6},$$

解得 $x = 5$, 即 $AE = 5$.

10.B 解析:在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 4$. 由勾股定理, 得 $AB = 5$.

因为 DE 垂直平分 AB, 所以 $BD = \frac{5}{2}$.

又因为 $\angle ACB = \angle EDB = 90^\circ$, $\angle B = \angle B$,

所以 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$, 所以 $\frac{EB}{AB} = \frac{BD}{BC}$,

$$\text{所以 } EB = \frac{BD \cdot AB}{BC} = \frac{25}{6},$$

$$\text{所以 } CE = EB - BC = \frac{25}{6} - 3 = \frac{7}{6}.$$

11.4 解析:因为 $a:b=3:2$, 所以设 $a=3x$, 则 $b=2x$, 所以 $a+b=3x+2x=5x=10$, 所以 $x=2$, 所以 $b=2x=4$.

12.4:1 解析:因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比为 4:1, 所以 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 对应边上的高之比为 4:1.

13.2 解析:因为 $DE \parallel BC$, 所以 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,

所以 $AD:AB=2:3$.

因为 $AD=4$, 所以 $AB=6$,

所以 $DB=AB-AD=6-4=2$.

14.0.5 解析:由 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 0.5$, 得 $a=0.5b$, $c=0.5d$, $e=0.5f$,

$$\text{所以 } \frac{3a-2c+e}{3b-2d+f} = \frac{1.5b-d+0.5f}{3b-2d+f} = 0.5.$$

15.5 解析:因为 AE 平分 $\angle BAD$,

所以 $\angle DAE = \angle BAE$.

又因为 $AD \parallel BC$,

所以 $\angle BEA = \angle DAE = \angle BAE$,

所以 $BE = AB = 6 \text{ cm}$,

所以 $EC = 9 - 6 = 3(\text{cm})$.

因为 $BG \perp AE$, 垂足为点 G,

所以 $AE = 2AG$.

在 $\text{Rt} \triangle ABG$ 中,

因为 $\angle AGB = 90^\circ$, $AB = 6 \text{ cm}$, $BG = 4\sqrt{2} \text{ cm}$,

所以 $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = 2 \text{ cm}$,

所以 $AE = 2AG = 4 \text{ cm}$.

因为 $EC \parallel AD$, 所以 $\triangle FCE \sim \triangle FDA$,

$$\text{所以 } \frac{EF}{AE+EF} = \frac{EC}{AD} = \frac{FC}{FC+CD} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3},$$

$$\text{所以 } \frac{EF}{4+EF} = \frac{1}{3}, \frac{FC}{FC+6} = \frac{1}{3},$$

解得 $EF = 2 \text{ cm}$, $FC = 3 \text{ cm}$,

所以 $EF + CF$ 的长为 5 cm .

16.55° 解析:因为五边形 $ABCDE \sim$ 五边形 $A'B'C'D'E'$,

所以 $\angle B = \angle B' = 130^\circ$, $\angle D = \angle D' = 85^\circ$.

因为五边形的内角和为 540° ,

所以 $\angle E = 540^\circ - \angle A - \angle B - \angle C - \angle D = 55^\circ$.

17.7 解析:因为 $\angle B = 60^\circ$, $\angle ADE = 60^\circ$,

所以 $\angle BAD + \angle BDA = 180^\circ - \angle B = 120^\circ$,

$\angle CDE + \angle BDA = 180^\circ - \angle ADE = 120^\circ$,

所以 $\angle BAD = \angle CDE$.

又因为 $\angle B = \angle C$, 所以 $\triangle BDA \sim \triangle CED$,

$$\text{所以 } \frac{BA}{CD} = \frac{BD}{CE}.$$

因为 $AB = 9$, $BD = 3$, $CD = BC - BD = 6$,

所以 $\frac{9}{6} = \frac{3}{CE}$, 解得 $CE = 2$, 所以 $AE = AC - CE = 7$.

18. $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$ 或 $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ 解析: 因为 $A(2, 2), C(6, 4)$, 所以线段 AC 的中点的坐标为 $(4, 3)$. 又因为以原点为位似中心, 将 $\triangle ABC$ 缩小, 相似比为 $1:2$, 所以线段 AC 的中点变换后对应点的坐标为 $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$ 或 $\left(2, \frac{3}{2}\right)$.

19. (1) 证明: 因为 AB 是 $\odot O$ 的直径, 所以 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle BAC + \angle B = 90^\circ$. 又因为 $OP \parallel BC$, 所以 $\angle AOP = \angle B$, 所以 $\angle BAC + \angle AOP = 90^\circ$. 因为 $\angle P = \angle BAC$, 所以 $\angle P + \angle AOP = 90^\circ$, 所以 $\angle PAO = 180^\circ - (\angle P + \angle AOP) = 90^\circ$, 即 $OA \perp AP$. 又因为 OA 是 $\odot O$ 的半径, 所以 PA 为 $\odot O$ 的切线. (2) 解: 由 (1), 知 $\angle PAO = 90^\circ$. 因为 $OB = 5$, 所以 $OA = OB = 5$. 又因为 $OP = \frac{25}{3}$,

所以在 $Rt\triangle APO$ 中, $PA = \sqrt{OP^2 - OA^2} = \frac{20}{3}$.

由 (1), 知 $\angle ACB = \angle PAO = 90^\circ$.

因为 $\angle BAC = \angle P$,

所以 $\triangle ABC \sim \triangle POA$,

所以 $\frac{AB}{PO} = \frac{AC}{PA}$, 即 $\frac{10}{\frac{25}{3}} = \frac{AC}{\frac{20}{3}}$,

解得 $AC = 8$, 即 AC 的长为 8.

20. 证明: 因为 $DE \parallel BC$, 所以 $\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$.

又因为 $AB = AC$, 所以 $DB = EC$.

因为 $DE \parallel BC$, 所以 $\angle DEB = \angle EBC$.

因为 BE 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle DBE = \angle EBC$,

所以 $\angle DEB = \angle DBE$,

所以 $DB = DE$, 所以 $DE = EC$.

21. 解: $BF^2 = FG \cdot EF$. 理由如下:

因为 $BE \parallel AC$, 所以 $\angle 1 = \angle E$.

又因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 2 = \angle E$.

又因为 $\angle GFB = \angle BFE$, 所以 $\triangle BFG \sim \triangle EFB$,

所以 $\frac{BF}{EF} = \frac{FG}{BF}$, 即 $BF^2 = FG \cdot EF$.

22. (1) 证明: 因为在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$,

所以 $\angle CDF = \angle G, \angle C = \angle GBF$.

所以 $\triangle CDF \sim \triangle BGF$.

(2) 解: 由 (1), 知 $\triangle CDF \sim \triangle BGF$, 且 F 是 BC 的中点,

所以 $FC = FB$.

所以 $\triangle CDF \cong \triangle BGF$. 所以 $DF = GF, CD = BG$.

因为 $EF \parallel CD, AB \parallel CD$, 所以 $EF \parallel AG$,

所以 $2EF = AG = AB + BG$.

所以 $BG = 2EF - AB = 2 \times 4 - 6 = 2(\text{cm})$,

所以 $CD = BG = 2 \text{ cm}$, 即 CD 的长为 2 cm .

23. 证明: (1) 因为 $\angle BCA = 90^\circ, \angle DCE = 90^\circ$,

所以 $\angle BCD = \angle ACE$.

在 $\triangle BCD$ 与 $\triangle ACE$ 中,

因为 $\angle BCD = \angle ACE, BC = AC, DC = EC$,

所以 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$, 所以 $\angle B = \angle CAE$.

又因为 $\angle B = \angle BAC = 45^\circ$, 所以 $\angle CAE = 45^\circ$,

所以 $\angle BAE = \angle BAC + \angle CAE = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$,

所以 $AB \perp AE$.

(2) 因为 $BC = AC, BC^2 = AD \cdot AB$, 所以 $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$.

又因为 $\angle BAC = \angle CAD$, 所以 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$,

所以 $\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$.

又因为 $\angle DAE = 90^\circ, \angle DCE = 90^\circ$,

所以四边形 $ADCE$ 是矩形.

因为 $DC = CE$, 所以四边形 $ADCE$ 是正方形.

24. 证明: (1) 因为 $AB = AC$, 所以 $\angle ABC = \angle C$.

因为 $DE \parallel BC$,

所以 $\angle ABC + \angle BDE = 180^\circ, \angle C + \angle CED = 180^\circ$.

所以 $\angle CED = \angle BDE$.

因为 $\angle EDF = \angle ABE$, 所以 $\triangle DEF \sim \triangle BDE$.

(2) 由 $\triangle DEF \sim \triangle BDE$, 得 $\frac{DB}{DE} = \frac{DE}{EF}$,

所以 $DE^2 = DB \cdot EF$.

由 $\triangle DEF \sim \triangle BDE$, 得 $\angle BED = \angle DFE$.

因为 $\angle GDE = \angle EDF$, 所以 $\triangle GDE \sim \triangle EDF$,

所以 $\frac{DG}{DE} = \frac{DE}{DF}$, 所以 $DE^2 = DG \cdot DF$,

所以 $DG \cdot DF = DB \cdot EF$.

25. (1) 证明: 在正方形 $ABCD$ 中,

$\angle A = \angle D = 90^\circ, AB = AD = CD$.

因为 $AE = ED, DF = \frac{1}{4}DC$,

所以 $AE = ED = \frac{1}{2}AB, DF = \frac{1}{4}AB$,

所以 $\frac{AB}{DE} = \frac{AE}{DF}$, 所以 $\triangle ABE \sim \triangle DEF$.

(2) 解: 因为 $AB = 4$, 所以 $AE = 2$,

所以 $BE = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

由 (1), 知 $\angle ABE = \angle DEF$,

所以 $\angle AEB + \angle ABE = \angle AEB + \angle DEF = 90^\circ$,

所以 $\angle BEG = 90^\circ$.

又因为 $AD \parallel BG$, 所以 $\angle AEB = \angle EBG$,

所以 $\triangle ABE \sim \triangle EGB$,

所以 $\frac{AE}{BE} = \frac{BE}{BG}$, 所以 $BG = \frac{BE^2}{AE} = 10$.

期末测试卷(一)

- 1.D 解析: 因为 $\angle B = 90^\circ$,

所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形.

设 $AB=x(x>0)$, 则 $BC=2x$,

所以 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{x^2+(2x)^2}=\sqrt{5}x$.

所以 $\cos A=\frac{AB}{AC}=\frac{x}{\sqrt{5}x}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

2.C 解析:因为在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$,

所以 $\sin B=\frac{AC}{BC}$.

因为 $AD\perp BC$, 所以 $\sin B=\frac{AD}{AB}$,

$\sin B=\sin\angle DAC=\frac{CD}{AC}$.

综上,只有 C 项不正确,故选 C.

3.D 解析:由已知,得 $\tan B=\sqrt{3}$, $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

又因为 $\angle A, \angle B$ 均为锐角, 所以 $\angle A=60^\circ, \angle B=60^\circ$.
所以 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

4.C 解析:因为 $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$,

所以可设 $BC=4x$ cm, $AB=5x$ cm.

又因为 $AC^2+BC^2=AB^2$,

所以 $6^2+(4x)^2=(5x)^2$,

解得 $x=2$ 或 $x=-2$ (舍去),

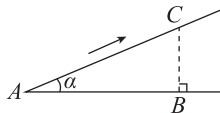
则 $BC=4\times 2=8$ (cm). 故选 C.

5.D 解析:因为 $\sin B=\frac{AC}{AB}$, 所以 $AB=\frac{3}{\sin 30^\circ}=6$.

又因为 $AC\leq AP\leq AB$, 所以 $3\leq AP\leq 6$.

所以 AP 的长不可能是 7.

6.A 解析:如答图 M1-1, $AC=13$ m, 作 $CB\perp AB$ 于点 B.



答图 M1-1

因为 $\cos \alpha=\frac{12}{13}=\frac{AB}{AC}$, 所以 $AB=12$ m, 所以 $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$ (m), 所以小车上升的高度是 5 m, 故选 A.

7.D 解析:连接 AC (图略).

因为 $CE\perp AB$, 点 E 为 AB 的中点, 所以 $BC=AC$.

又因为四边形 ABCD 为菱形, 所以 $AB=BC$,

所以 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

因为 $\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC$,

所以 $\angle ABD=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$.

所以在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $\angle BFE=60^\circ$.

所以 $\tan\angle BFE=\sqrt{3}$.

8.A 解析:由 MN 垂直平分 AB, 知 $AD=BD$.

又因为 $\cos\angle BDC=\frac{CD}{BD}=\frac{3}{5}$, 所以 $\frac{CD}{AD}=\frac{3}{5}$.

因为 $AC=8$ cm, 所以 $CD=3$ cm, $AD=BD=5$ cm.

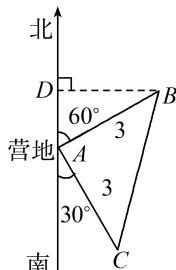
由勾股定理, 得 $BC=4$ cm.

9.A 解析:如答图 M1-2, 点 B 表示第一小组的位置, 点 C 表示第二小组的位置. 过点 B 作 $BD\perp AD$, 垂足为 D.

因为 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

所以 $\angle ABC=45^\circ, \angle DBC=75^\circ, BC=3\sqrt{2}$ km.

所以行走方向为南偏西 15° , 距离为 $3\sqrt{2}$ km.



答图 M1-2

10.D 解析:过点 C 作 $CD\perp BA$ 交 BA 的延长线于点 D (图略).

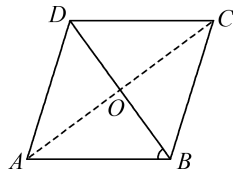
在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle DAC=180^\circ-120^\circ=60^\circ, AC=2$,

所以 $AD=1, CD=\sqrt{3}$.

因为 $BC=\sqrt{BD^2+CD^2}=\sqrt{(BA+AD)^2+CD^2}=\sqrt{5^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$, 所以 $\sin B=\frac{CD}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{14}$.

11.24 解析:因为 $\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{4}{3}, BC=8$, 所以 $AC=6$.
所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$.

12.24 解析:如答图 M1-3, 连接 AC 交 BD 于点 O, 则 $AC\perp BD$.



答图 M1-3

因为菱形的周长为 20 cm, 所以菱形的边长为 5 cm.

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\tan\angle ABD=\frac{4}{3}$,

故可设 $OA=4x(x>0)$, 则 $OB=3x$.

因为 $AB=5$ cm,

所以根据勾股定理可得, $AO=4$ cm, $BO=3$ cm.

所以 $AC=8$ cm, $BD=6$ cm.

所以菱形 ABCD 的面积为 $\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$ (cm²).

13. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 解析:因为四边形 ABCD 是矩形,

所以 $AB=CD, \angle D=90^\circ$.

因为将矩形 ABCD 沿 CE 折叠, 点 B 恰好落在边 AD 的点 F 处, 所以 $CF=BC$.

因为 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$, 所以 $\frac{CD}{CF} = \frac{2}{3}$.

设 $CD = 2x (x > 0)$, 则 $CF = 3x$,

所以 $DF = \sqrt{CF^2 - CD^2} = \sqrt{5}x$,

所以 $\tan \angle DCF = \frac{DF}{CD} = \frac{\sqrt{5}x}{2x} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

14. $(9+3\sqrt{3})$ 解析: 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $CD = 9 \text{ m}$, $\angle ACD = 30^\circ$,

所以 $AD = CD \cdot \tan 30^\circ = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} (\text{m})$.

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $CD = 9 \text{ m}$, $\angle BCD = 45^\circ$,

所以 $BD = CD = 9 \text{ m}$.

所以 $AB = BD + AD = (9 + 3\sqrt{3}) \text{ m}$.

15.3 2 解析: 如答图 M1-4, 连接 BE , 交 CD 于点 F .

因为四边形 $BCED$ 是正方形,

所以 $BD \parallel AC$, $BF = DF = \frac{1}{2}CD$, $BE \perp CD$.

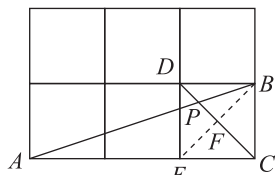
所以 $\triangle BDP \sim \triangle ACP$, 所以 $\frac{BP}{AP} = \frac{DP}{CP} = \frac{BD}{AC} = \frac{1}{3}$,

所以 $\frac{AP}{PB} = 3$, $CP = 3DP$. 所以 $DP = \frac{1}{4}CD$.

又因为 $DF = \frac{1}{2}CD$, 所以 $PF = \frac{1}{4}CD$.

因为 $BE \perp CD$, 所以 $\tan \angle BPF = \frac{BF}{PF} = 2$.

所以 $\tan \angle APD = \tan \angle BPF = 2$.



答图 M1-4

16. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 解析: 4 m 的梯子、地面和墙构成了直角三角形, 当梯子搭在墙上与地面成 45° 角时, 梯子的顶端到地面的距离是 $4 \times \sin 45^\circ = 2\sqrt{2} (\text{m})$; 当梯子搭在墙上与地面成 60° 角时, 梯子的顶端到地面的距离是 $4 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} (\text{m})$. 故梯子的顶端沿墙面升高了 $2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \text{ m}$.

17. 解: (1) $3 \tan 30^\circ - 2 \tan 45^\circ + 2 \sin 60^\circ + 2 \cos 60^\circ$

$$= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 \times 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} + 1$$

$$= 2\sqrt{3} - 1.$$

(2) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{2}.$$

18. 解: 因为 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{5}$, $AB = 10$, 所以 $BC = 4$.

所以 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{21}$,

所以 $\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{21}}{2}$.

19. 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, $AC = 32 \text{ m}$.

因为 $\tan \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \sqrt{3}$,

所以 $BC = \sqrt{3} AC = 32\sqrt{3} \approx 55.36 (\text{m})$.

所以 $BD = BC - CD \approx 55.36 - 16 \approx 39 (\text{m})$.

答: 荷塘宽 BD 约为 39 m.

20. 解: (1) 由题意, 得

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AD = \frac{CD}{\tan 30^\circ} = \frac{21}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 21\sqrt{3} \approx 36.33 (\text{m})$.

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $BD = \frac{CD}{\tan 60^\circ} = \frac{21}{\sqrt{3}} = 7\sqrt{3} \approx 12.11 (\text{m})$,

所以 $AB = AD - BD \approx 36.33 - 12.11 = 24.22 \approx 24.2 (\text{m})$.

(2) 这辆校车超速. 理由如下:

因为汽车从 A 到 B 用时 2 s,

所以速度为 $24.2 \div 2 = 12.1 (\text{m/s})$.

因为 $\frac{12.1 \times 3600}{1000} = 43.56$, 所以该校车速度为 43.56 km/h,

因为速度大于 40 km/h, 所以此校车在 AB 路段超速.

21. 解: 如答图 M1-5, 作 $CD \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 D, 则 $\angle BCD = 45^\circ$, $\angle ACD = 65^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 和 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

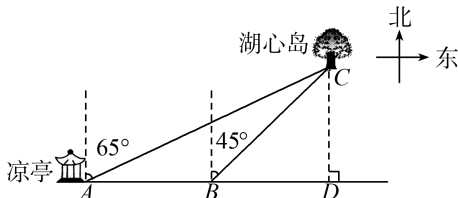
设 $AC = x \text{ m}$, 则 $AD = x \sin 65^\circ$,

$BD = CD = x \cos 65^\circ$.

所以 $100 + x \cos 65^\circ = x \sin 65^\circ$,

解得 $x = \frac{100}{\sin 65^\circ - \cos 65^\circ} \approx 207$.

所以湖心岛上的迎宾槐 C 处与湖岸上的凉亭 A 处之间的距离约为 207 m.



答图 M1-5

22. 解: 若选择方案一, 解法如下:

在 $\text{Rt}\triangle BGC$ 中,

$\angle BGC = 90^\circ$, $\angle BCG = 13^\circ$, $BG = CD = 6.9 \text{ m}$.

因为 $\tan \angle BCG = \frac{BG}{CG}$,

所以 $CG = \frac{6.9}{\tan 13^\circ} \approx \frac{6.9}{0.23} = 30 (\text{m})$.

在 $\text{Rt}\triangle ACG$ 中, $\angle AGC = 90^\circ$, $\angle ACG = 22^\circ$.

因为 $\tan \angle ACG = \frac{AG}{CG}$,

所以 $AG \approx 30 \times \tan 22^\circ \approx 30 \times 0.40 = 12(\text{m})$.
 所以 $AB = AG + BG \approx 12 + 6.9 = 18.9 \approx 19(\text{m})$.
 答:教学楼的高度约为 19 m.

若选择方案二,解法如下:

在 $\text{Rt}\triangle AFB$ 中, $\angle ABF = 90^\circ$, $\angle AFB = 43^\circ$.

因为 $\tan \angle AFB = \frac{AB}{FB}$, 所以 $FB = \frac{AB}{\tan 43^\circ} \approx \frac{AB}{0.93}$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\angle ABE = 90^\circ$, $\angle AEB = 32^\circ$.

因为 $\tan \angle AEB = \frac{AB}{EB}$, 所以 $EB = \frac{AB}{\tan 32^\circ} \approx \frac{AB}{0.62}$.

因为 $EF = EB - FB$, 且 $EF = 10 \text{ m}$,

所以 $\frac{AB}{0.62} - \frac{AB}{0.93} = 10$.

解得 $AB \approx 19 \text{ m}$.

答:教学楼的高度约为 19 m.

23. 解: (1) 直线 CE 与 $\odot O$ 相切, 证明过程如下:

连接 OE (图略). 因为四边形 $ABCD$ 是矩形,

所以 $BC \parallel AD$, $\angle ACB = \angle DAC$.

又因为 $\angle ACB = \angle DCE$,

所以 $\angle AEO = \angle DAC = \angle DCE$.

因为 $\angle DCE + \angle DEC = 90^\circ$,

所以 $\angle AEO + \angle DEC = 90^\circ$. 所以 $\angle OEC = 90^\circ$.

所以直线 CE 与 $\odot O$ 相切.

(2) 因为 $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $BC = 2$,

所以 $AB = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = \sqrt{2}$.

由勾股定理, 得 $AC = \sqrt{6}$.

又因为 $\angle ACB = \angle DCE$, 所以 $\tan \angle DCE = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以 $DE = DC \cdot \tan \angle DCE = 1$.

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $CE^2 = CD^2 + DE^2 = 3$.

设 $\odot O$ 的半径为 r ,

则在 $\text{Rt}\triangle COE$ 中, $CO^2 = OE^2 + CE^2$,

即 $(\sqrt{6} - r)^2 = r^2 + 3$, 解得 $r = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

期末测试卷(二)

1. B 解析: 该几何体是由正方体组成的简单组合体, 由三视图的概念, 知选 B.

2. A 解析: 因为人行走经过路灯下是离光源由远到近再到远的过程, 所以在地上的影子先由长变短再变长.

3. D 解析: 在同一路灯下, 若位置不同, 则影长也不同, 所以无法判断谁的影子长.

4. D 解析: 皮影是中心投影, 光源是电灯; 手术用的无影灯是由多个电灯组成的, 不是平行投影; 月食(或日食)是由于阳光下地球(或月球)在月球(或地球)上产生的投影.

5. B 解析: 将题图绕 AB 边旋转一周后得到由上面一个圆锥体、下面一个圆柱体组合而成的几何体, 从上往下看, 其俯视图是外面一个实线的大圆(包括圆心), 里面是一个虚线的小圆, 故选 B.

6. C 解析: 由圆锥的俯视图是面积为 4π 的圆, 可知圆锥的底面圆的半径为 2. 因为圆锥的主视图是等边三角形, 所以等边三角形的边长为 4, 高为 $2\sqrt{3}$. 又因为圆锥的左视图和主视图是全等三角形, 所以所求的高是 $2\sqrt{3}$.

7. B 解析: A, C, D 选项中几何体的俯视图都是第一列两个小正方形, 第二列一个小正方形, 只有 B 选项中几何体的俯视图是第一列两个小正方形, 第二列两个小正方形, 故选 B.

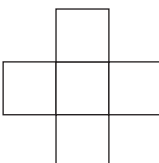
8. D 解析: 依据俯视图和左视图, 知这个正棱柱为正五棱柱, 再借助俯视图可知, 它的主视图应为选项 D 中的图形.

9. A 解析: 长方体的长与宽都是 $3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$, 高为 4, 所以它的表面积是 $3^2 \times 2 + 3 \times 4 \times 4 = 66$.

10. C 解析: 设小芳的影长为 $x \text{ m}$, 则 $1.8 : 2.1 = 1.5 : x$, 解得 $x = 1.75$.

11. 416π 解析: 该几何体是两个圆柱的组合物, 它的表面积是 $\pi \cdot 8^2 \times 2 + \pi \times 16 \times 16 + \pi \times 8 \times 4 = 416\pi$.

12. ④③①② 解析: 一天当中, 太阳光下影子的变化情况是: 正西—北偏西—正北—北偏东—正东.

13.5 解析: 该几何体的俯视图为 , 其面

积为 $5 \times 1 \times 1 = 5$.

14.4 解析: 仔细观察物体的主视图和左视图可知, 该几何体的下面最少要有 3 个小正方体, 上面最少要有 1 个小正方体, 故最少有 4 个小正方体.

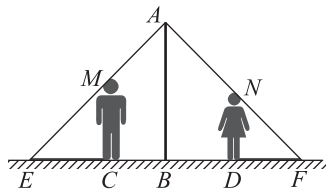
15.4.5 解析: 因为 $CD \parallel AB$, 所以 $\triangle ECD \sim \triangle EAB$,

所以 $ED : EB = CD : AB$,

所以 $2 : 6 = 1.5 : AB$,

所以 $AB = 4.5 \text{ m}$.

16.3 解析: 如答图 M2-1, 因为小军、小珠的身高都与影长相等, 所以 $EC = MC$, $FD = ND$, 所以 $\triangle ECM$ 和 $\triangle FDN$ 都是等腰直角三角形, 所以 $\angle MEC = \angle NFD = 45^\circ$, 所以 $AE = AF$. 所以 $\angle EAF = 180^\circ - \angle MEC - \angle NFD = 90^\circ$, 所以 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形. 又因为 $AB \perp EF$, 所以 $\angle EAB = \angle FAB = 45^\circ$, 所以 $AB = BE = BF$. 设路灯的高 AB 为 $x \text{ m}$, 则 $BD = (x - 1.5) \text{ m}$, $BC = (x - 1.8) \text{ m}$. 又因为 $CD = 2.7 \text{ m}$, 所以 $x - 1.5 + x - 1.8 = 2.7$, 解得 $x = 3$, 即路灯的高为 3 m.



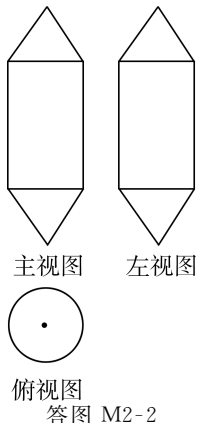
答图 M2-1

17. 上午 8 时 解析: 太阳光下的物体的影子在早上至中

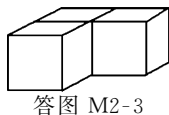
午 12 时以前影子越来越短.

18. 灯光 解析: 经过每棵树影子的顶端与树顶作直线, 两直线相交于一点, 知该影子是点光源形成的投影.

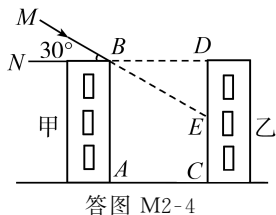
19. 解: 如答图 M2-2 所示.



20. 解: 如答图 M2-3 所示.



21. 解: 如答图 M2-4, 延长 MB 交 CD 于点 E , 连接 BD . 因为 $AB=CD=30$ m, 且 N, B, D 在同一直线上, 所以 $\angle DBE = \angle MBN = 30^\circ$.



因为四边形 $ABDC$ 是矩形, 所以 $BD=AC=24$ m.

在 $\text{Rt}\triangle BED$ 中, $\tan 30^\circ = \frac{DE}{BD}$,

所以 $DE = BD \tan 30^\circ = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$ (m),

所以 $CE = 30 - 8\sqrt{3} \approx 16.14$ (m).

故甲楼投在乙楼上的影子的高度约为 16.14 m.

22. 解: 由题图, 知这个几何体的上部分是圆柱体, 下部分是长方体.

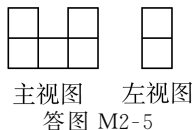
根据图中提供的数据, 得

$$V = V_{\text{圆柱}} + V_{\text{长方体}} = \pi \left(\frac{20}{2} \right)^2 \times 30 + 40 \times 30 \times 30 \approx 45\,420 (\text{cm}^3).$$

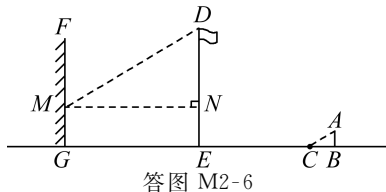
故该几何体的体积约为 $45\,420 \text{ cm}^3$.

23. 解: (1) 5 22

(2) 如答图 M2-5 所示.



24. 解: (1) 如答图 M2-6 所示, 线段 MG 和 GE 就表示旗杆在同一时刻阳光照射下形成的影子.



(2) 过点 M 作 $MN \perp DE$ 于点 N , 连接 AC , 如答图 M2-6 所示.

由题意, 得 $\triangle DMN \sim \triangle ACB$.

$$\text{所以 } \frac{DN}{MN} = \frac{AB}{BC}.$$

设旗杆的影子落在墙上的长度为 x m.

因为 $AB=1.6$ m, $BC=2.4$ m,

$DN = DE - NE = (15 - x)$ m, $MN = EG = 16$ m,

$$\text{所以 } \frac{15-x}{16} = \frac{1.6}{2.4}, \text{ 解得 } x = \frac{13}{3}.$$

答: 旗杆的影子落在墙上的长度为 $\frac{13}{3}$ m.